Canon

Bách khoa

GIẢI TOÁN THPT

máy tính CANON F-789SGA

LỚP 10 – 11 – 12



F-789SGA

MỤC LỤC

Mở đầu 3

Làm quen với máy 4

1.1. Ký hiệu trạng thái 4
1.2. Bảng 8 chế độ tính toán 5
1.3. Phím Apps: Menu hàm toán học 6
1.4. Chọn kiểu hiển thị 7
1.5. Cài đặt chung 7

Khối lớp 10 8

1. Hệ thức lượng trong tam giác 9
2. Vectơ trong mặt phẳng toạ độ 14
3. Số đặc trưng của mẫu số liệu 19
4. Hàm số, đồ thị và phương trình 25
5. Phương pháp toạ độ trong mặt phẳng 29
6. Đại số tổ hợp 33

Khối lớp 11 36

1. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác 37
2. Dãy số, Cấp số cộng và cấp số nhân 41
3. Giới hạn và Hàm số liên tục 46
4. Hàm số mũ và hàm số lôgarit 50
5. Đạo hàm 52

Khối lớp 12 54

1. Ứng dụng đạo hàm 55
2. Vectơ và hệ trục toạ độ trong không gian 59
3. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm 62
4. Tích phân 65
5. Phương pháp toạ độ trong không gian 71
6. Xác suất có điều kiện 79

Thông tin liên hệ 81

Trở về mục lục

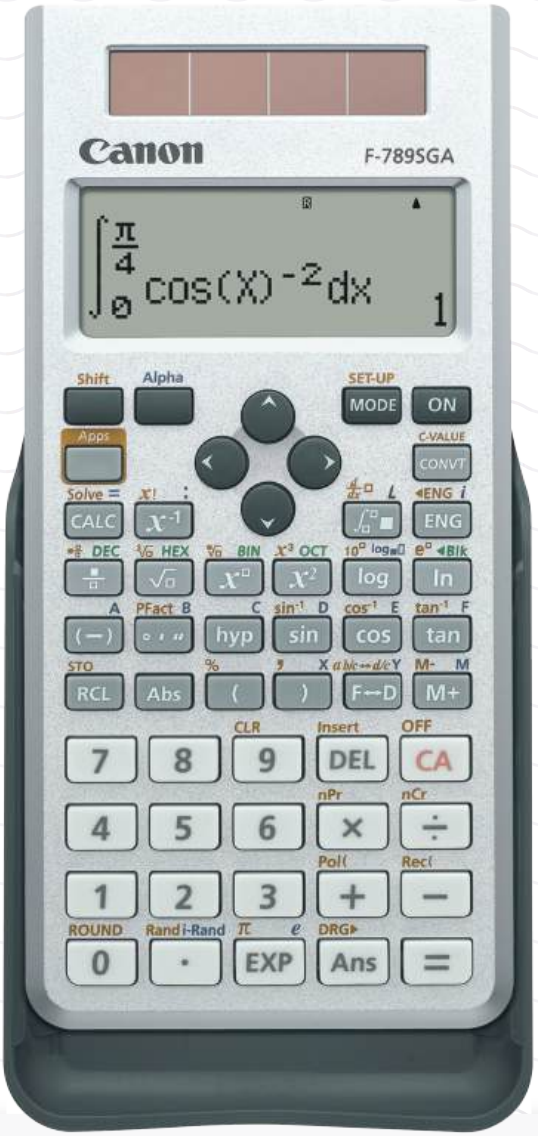
MỞ ĐẦU

Canon

Sổ tay thực chiến máy tính Canon F-789SGA cấp THPT được biên soạn bám sát nội dung chương trình học SGK Toán 3 khối từ lớp 10 – 12. Nội dung được biên soạn hướng dẫn cụ thể theo từng bài học với các ví dụ rõ ràng, thao tác chi tiết và kết quả hiển thị để đánh giá.

Giới thiệu máy

Với thiết kế nhỏ gọn nhưng mang sức mạnh ấn tượng, máy tính khoa học Canon F-789SGA có khả năng thực hiện tới 605 chức năng tính toán đa dạng, phù hợp với người dùng từ trình độ sơ cấp đến chuyên nghiệp. F-789SGA sẽ là người bạn đồng hành thiết thực, trợ thủ đắc lực cho học sinh/sinh viên.



605 chức năng,
màn hình hiển thị 4 dòng

TRỌNG LƯỢNG:
88g (không nắp)
120g (có nắp)

KÍCH THƯỚC:
168 x 80 x 13.2mm (không nắp)
171 x 86 x 17.3mm (có nắp)

Tính năng:

- Phím tắt Apps tiện lợi để truy cập các chức năng hữu ích
- Lưu trữ 79 hằng số khoa học và chuyển đổi 172 đơn vị đo lường
- Khả năng lưu trữ 19 biến và gọi lại kết quả
- Tính toán ma trận (tối đa 4x4)
- Giải phương trình bậc 4 và 4 ẩn
- Phân tích số nguyên tố

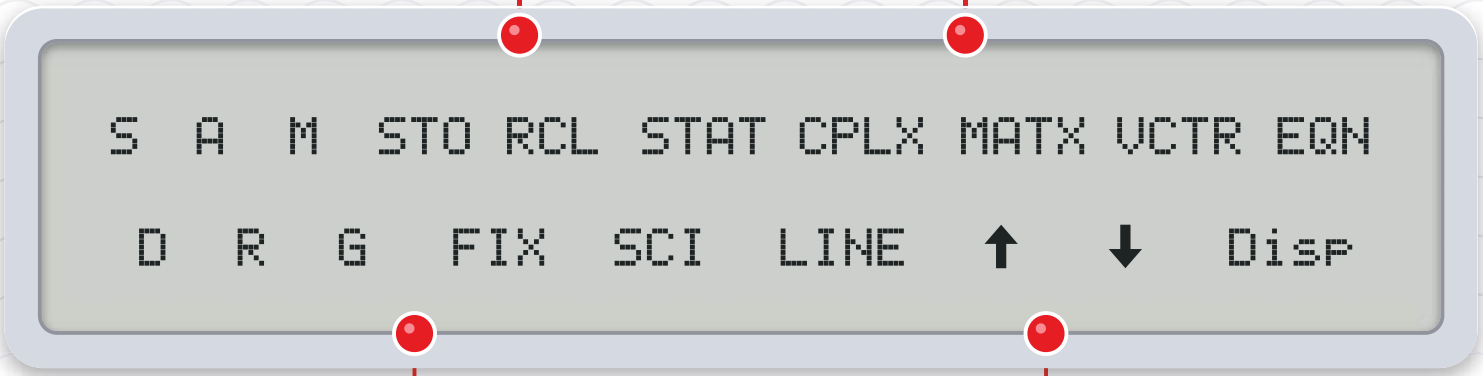
1.1. KÝ HIỆU TRẠNG THÁI

PHÍM & BỘ NHỚ

S	:	Shift
A	:	Alpha
M	:	Bộ nhớ độc lập
STO	:	Lưu trữ bộ nhớ
RCL	:	Lấy giá trị đã nhớ

CHẾ ĐỘ TÍNH

STAT	:	Chế độ thống kê 1 biến/ 2 biến
CPLX	:	Chế độ tính Số phức
MATX	:	Chế độ tính Ma trận
VCTR	:	Chế độ tính Vector
EQN	:	Chế độ giải Phương trình



ĐƠN VỊ GÓC

D	:	Chế độ đơn vị Độ
R	:	Chế độ đơn vị Rad
G	:	Chế độ đơn vị Gra

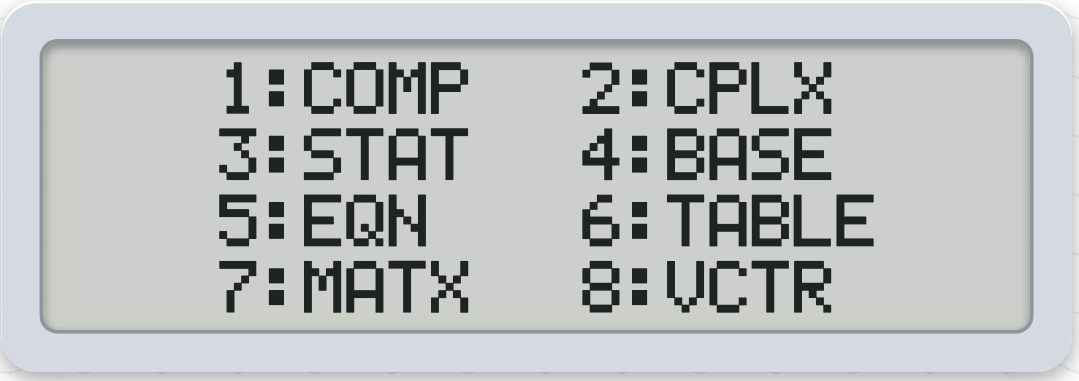
HIỂN THỊ & LỆNH

FIX	:	Chế độ hiển thị Hỗn số
SCI	:	Chế độ hiển thị Thập phân khoa học
LINE	:	Hiển thị số dạng Dòng
↑	:	Mũi tên lên
↓	:	Mũi tên xuống
Disp	:	Hiển thị đa lệnh

Trở về mục lục

1.2. BẢNG 8 CHẾ ĐỘ TÍNH TOÁN

Bấm phím MODE để vào màn hình và chọn chế độ tính toán phù hợp. Được biết, chế độ mặc định là chế độ COMP.

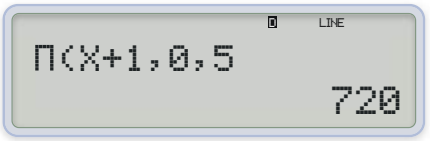
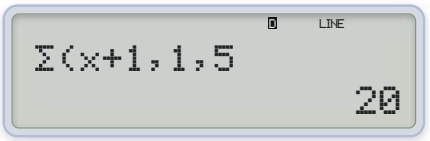
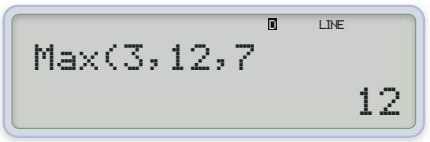
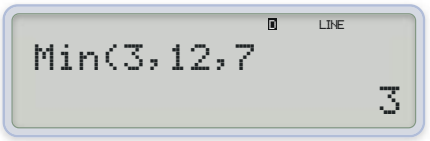
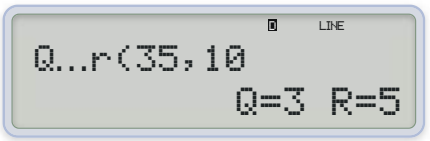
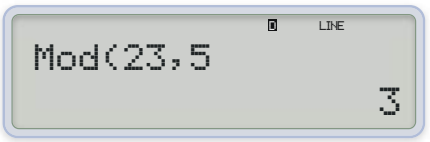
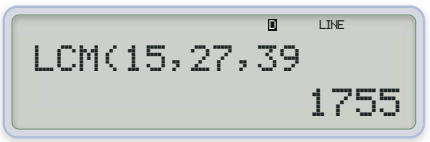
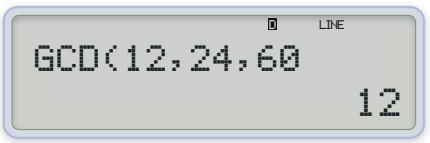


Bấm máy	Chế độ	Chức năng
MODE 1	COMP	Tính toán thông thường
MODE 2	CPLX	Tính toán với Số phức
MODE 3	STAT	Phép tính Thống kê và Hồi quy
MODE 4	BASE	Phép tính liên quan tới các hệ số khác
MODE 5	EQN	Giải phương trình
MODE 6	TABLE	Bảng giá trị hàm
MODE 7	MATX	Phép tính với Ma trận
MODE 8	VCTR	Tính toán với Vector

Trở về mục lục

1.3. PHÍM APPS: MENU HÀM TOÁN HỌC

Bấm [Apps] để mở menu các hàm toán học, rồi bấm số của chức năng.

Phím	Chức năng	Hiển thị
[Apps] [1]	**Π** tích chuỗi: nhân các giá trị của hàm theo X, từ giá trị đầu đến giá trị cuối.	
[Apps] [2]	**Σ** tổng chuỗi: cộng các giá trị của hàm theo X; cú pháp như Π.	
[Apps] [3]	**Max**: số lớn nhất trong tối đa 5 giá trị, ngăn cách bằng [Shift] [,] .	
[Apps] [4]	**Min**: số nhỏ nhất trong tối đa 5 giá trị, cách nhập như Max.	
[Apps] [5]	**Q…r**: thương và số dư của phép chia số nguyên; dùng ở dạng Line.	
[Apps] [6]	**Mod**: số dư của phép chia, kể cả số bị chia âm (Mod(–23, 5) = 2). Bằng 0 nghĩa là chia hết.	
[Apps] [7]	**LCM**: bội chung nhỏ nhất của tối đa 3 số nguyên dương, dùng ở cả dạng Maths và Line.	
[Apps] [8]	**GCD**: ước chung lớn nhất của tối đa 3 số nguyên dương, cách nhập như LCM.	

1.4. CHỌN KIỂU HIỂN THỊ

Nhấn Shift SET-UP MODE (Shift SET-UP) để thiết lập định dạng đầu vào/đầu ra với 2 chế độ hiển thị Math và Line. Cách viết trong ngoặc là cách viết gọn dùng trong toàn bộ sổ tay.

Chế độ	Cách bấm	Hiển thị
Chế độ Maths	Shift SET-UP 1	$\frac{2}{3}+2$ $\frac{8}{3}$
Chế độ Line	Shift SET-UP 2	2⌟3+2 8⌟3

1.5. CÀI ĐẶT CHUNG

Để vào bảng cài đặt chung và cài đặt các chế độ, bắt đầu bằng cách bấm tổ hợp phím Shift SET-UP

Loại cài đặt	Thao tác	Chức năng
Đơn vị góc (Lượng giác, Số phức)	Shift SET-UP 3	**Deg:** Đơn vị Độ
	Shift SET-UP 4	**Rad:** Đơn vị Radian
	Shift SET-UP 5	**Gra:** Đơn vị Gradian
Định dạng số (Cách làm tròn)	Shift SET-UP 6	**Fix:** Cố định số chữ số thập phân (chọn từ 0~9)
	Shift SET-UP 7	**Sci:** Dạng ký hiệu khoa học (chọn từ 0~9)
	Shift SET-UP 8	**Norm:** Dạng ký hiệu mũ tự động (chọn 1 hoặc 2)
Định dạng phân số	Shift SET-UP ▼ 1	1 (a b/c): Hiển thị kết quả dưới dạng Hỗn số
	Shift SET-UP ▼ 2	2 (d/c): Hiển thị kết quả dưới dạng Phân số

KHỐI LỚP 10

Khối lớp 10 gồm 6 mục nội dung: Hệ thức lượng trong tam giác; Vectơ trong mặt phẳng tọa độ; Số đặc trưng của mẫu số liệu; Hàm số, đồ thị và phương trình; Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng; Đại số tổ hợp.

1 Hệ thức lượng trong tam giác 9

2 Vectơ trong mặt phẳng toạ độ 14

3 Số đặc trưng của mẫu số liệu 19

4 Hàm số, đồ thị và phương trình 25

5 Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng 29

6 Đại số tổ hợp 33

1. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1.1. Giá trị lượng giác của một góc

Chế độ sử dụng COMP, đơn vị góc Deg (Shift SET-UP 3).

Khi nào dùng tính sin, cos, tan (và cot = 1 ÷ tan) của góc từ 0° đến 180°; nhập góc theo độ – phút – giây.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Tính cos 112°12'45''.

A. ≈ 0,3780

B. ≈ −0,3780

C. ≈ −0,9258

D. ≈ 0,9258

CÁCH BẤM

cos → 1 → 1 → 2 → ° ' " → 1 → 2 → ° ' " → 4 → 5 → ° ' " → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

cos(112°12°45°)
−0.3780427715

Kết quả cos 112°12'45'' ≈ −0,3780427715

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Tìm các giá trị lượng giác của góc 135°.

CÁCH BẤM

Bước 1 sin 135°

sin → 1 → 3 → 5 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

sin(135)
$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bước 2 cos 135°

cos → 1 → 3 → 5 → =

cos(135)
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Bước 3 tan 135°

tan → 1 → 3 → 5 → =

tan(135)
−1

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM

Bước 4 cot 135° = 1 ÷ tan 135°

1 → ÷ → tan → 1 → 3 → 5 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Đáp số:

sin 135° = √2/2;

cos 135° = −√2/2;

tan 135° = −1;

cot 135° = −1.

1.2. Định lí côsin

Chế độ sử dụng COMP, đơn vị góc Deg (Shift SET-UP 3).

Khi nào dùng biết hai cạnh và góc xen giữa, tính cạnh còn lại; biết ba cạnh, tính các góc ($a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Cho tam giác ABC có Â = 120° và AB = 5, AC = 8. Tính độ dài cạnh BC.

A. 7

B. √89

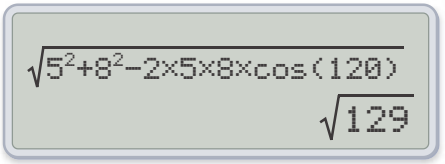
C. √129

D. 129

CÁCH BẤM

√□ → 5 → x^2 → + → 8 → x^2 → − →
2 → × → 5 → × → 8 → × → cos →
1 → 2 → 0 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Kết quả BC = √129 ≈ 11,36

Chọn C

Ví dụ 2 · Tự luận

Cho tam giác ABC có AB = 5, AC = 8 và Â = 45°. Tính độ dài cạnh và độ lớn các góc còn lại của tam giác.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Tính BC bằng định lí côsin √□ → 5 → x^2 → + → 8 → x^2 → − → 2 → × → 5 → × → 8 → × → cos → 4 → 5 →) → =	$\sqrt{5^2+8^2-2\times5\times8\times\cos(45)}$ 5.694862378
Bước 2 Tính góc B (dùng [Ans] là BC) Shift → $\cos^{-1}$ → (→ (→ 5 → x^2 → + → Ans → x^2 → − → 8 → x^2 →) → ÷ → (→ 2 → × → 5 → × → Ans →) →) → =	$\cos^{-1}((5^2+Ans^2-8^2)\div(2\times\blacktriangleright$ 96.62332547
Bước 3 Tính góc C = 180° − A − B 1 → 8 → 0 → − → 4 → 5 → − → Ans → =	180−45−Ans 38.37667453

Đáp số: BC ≈ 5,69; B̂ ≈ 96,62°; Ĉ ≈ 38,38°.

Lưu ý: Cạnh: BC = √(AB² + AC² − 2·AB·AC·cos A).
Góc: cos B = (AB² + BC² − AC²) ÷ (2·AB·BC)

Trở về mục lục

1.3. Định lí sin và giải tam giác

Chế độ sử dụng COMP, đơn vị góc Deg (Shift SET-UP 3).

Khi nào dùng biết một cạnh và hai góc, tính các cạnh còn lại, bán kính đường tròn ngoại tiếp R (a ÷ sin A = b ÷ sin B = c ÷ sin C = 2R).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Giải tam giác ABC, biết c = 14, $\hat{A}$ = 60°, $\hat{B}$ = 40°.

A. $\hat{C}$ = 80°; a ≈ 12,31; b ≈ 9,14

B. $\hat{C}$ = 80°; a ≈ 9,14; b ≈ 12,31

C. $\hat{C}$ = 70°; a ≈ 12,31; b ≈ 9,14

D. $\hat{C}$ = 80°; a ≈ 14; b ≈ 12,31

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Góc C = 180° − A − B 1 → 8 → 0 → − → 6 → 0 → − → 4 → 0 → =	180−60−40 80
Bước 2 Cạnh a = c · sin A ÷ sin C 1 → 4 → × → sin → 6 → 0 →) → ÷ → sin → 8 → 0 → =	14×sin(60)÷sin(80) 12.31139338
Bước 3 Cạnh b = c · sin B ÷ sin C 1 → 4 → × → sin → 4 → 0 →) → ÷ → sin → 8 → 0 → =	14×sin(40)÷sin(80) 9.137851025
Kết quả $\hat{C}$ = 80°; a ≈ 12,31; b ≈ 9,14	**Chọn A**

Ví dụ 2 · Tự luận

Cho tam giác ABC có $\hat{A}$ = 135°, $\hat{C}$ = 15° và b = 12. Tính a, c, R và số đo góc B.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Góc B = 180° − A − C 1 → 8 → 0 → − → 1 → 3 → 5 → − → 1 → 5 → =	180−135−15 30
Bước 2 Cạnh a = b ÷ sin B × sin A 1 → 2 → ÷ → sin → 3 → 0 →) → × → sin → 1 → 3 → 5 → =	12÷sin(30)×sin(135) $12\sqrt{2}$

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 3 Cạnh c = b ÷ sin B × sin C 1 → 2 → ÷ → sin → 3 → 0 →) → × → sin → 1 → 5 → =	12÷sin(30)×sin(15) $6\sqrt{6}-6\sqrt{2}$
Bước 4 R = b ÷ (2 sin B) 1 → 2 → ÷ → (→ 2 → sin → 3 → 0 →) →) → =	12÷(2sin(30)) 12

Đáp số: B̂ = 30°; a = $12\sqrt{2}$ ≈ 16,97; c = $6\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$ ≈ 6,21; R = 12.

Lưu ý: Góc thứ ba = 180° – hai góc đã biết.

Cạnh = (cạnh đã biết ÷ sin góc đối của nó) × sin góc đối của cạnh cần tìm.

2. VECTƠ TRONG MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

2.1. Toạ độ vectơ, độ dài, trung điểm và trọng tâm

Chế độ sử dụng VCTR, dạng Line (Shift SET-UP 2).

Khi nào dùng tính độ dài vectơ $|u| = \sqrt{(x^2 + y^2)}$, khoảng cách hai điểm, toạ độ AB = B – A, trung điểm, trọng tâm khi nhập mỗi điểm thành một vectơ.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm M(1; 3), N(4; 2). Tính độ dài của các đoạn thẳng OM, ON, MN.

A. OM = $\sqrt{10}$; ON = $2\sqrt{5}$; MN = $\sqrt{10}$

B. OM = $\sqrt{10}$; ON = $2\sqrt{5}$; MN = $\sqrt{5}$

C. OM = $\sqrt{10}$; ON = $\sqrt{13}$; MN = $\sqrt{10}$

D. OM = 4; ON = $2\sqrt{5}$; MN = $\sqrt{10}$

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 2 thành phần MODE → 8 → 1 → 2	VCTR VctA:2 [0 0] 0
Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A 1 → = → 3 → =	VCTR VctA:2 [1 3] 3
Bước 3 Tạo vectơ B có 2 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 2	VCTR VctB:2 [0 0] 0
Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B 4 → = → 2 → =	VCTR VctB:2 [4 2] 2
Bước 5 Độ dài OM = |VctA| CA → Abs → Apps → 3 →) → =	VCTR Abs(VctA) 3.16227766

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 6 Độ dài ON = |VctB| CA → Abs → Apps → 4 →) → =	VCTR Abs(VctB) 4.472135955
Bước 7 Độ dài MN = |VctA – VctB| CA → Abs → Apps → 3 → − → Apps → 4 →) → =	VCTR Abs(VctA−VctB) 3.16227766

Kết quả OM = $\sqrt{10} \approx 3{,}162$; ON = $2\sqrt{5} \approx 4{,}472$; MN = $\sqrt{10} \approx 3{,}162$

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

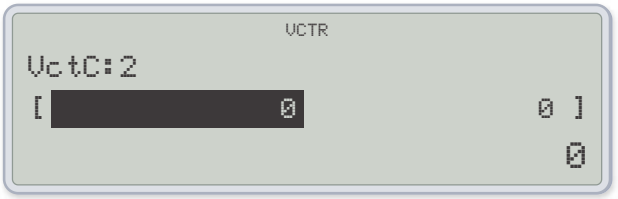
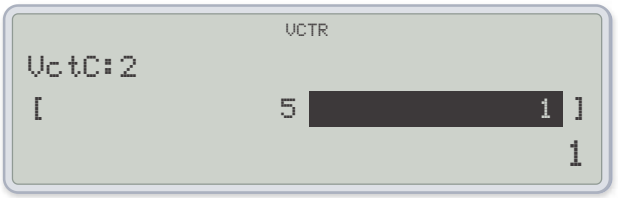
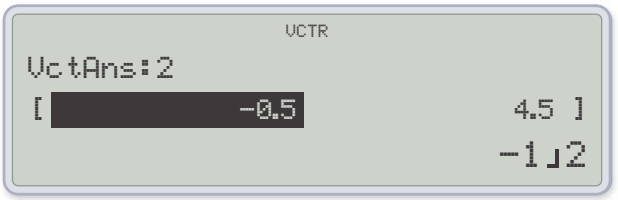
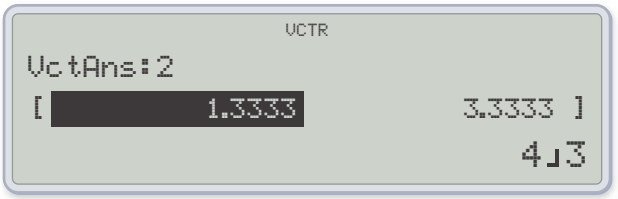
Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng: A(1; 3), B(–2; 6), C(5; 1).

a) Tìm toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

b) Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 2 thành phần MODE → 8 → 1 → 2	VCTR VctA:2 [0 0] 0
Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A 1 → = → 3 → =	VCTR VctA:2 [1 3] 3
Bước 3 Tạo vectơ B có 2 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 2	VCTR VctB:2 [0 0] 0
Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B (−) → 2 → = → 6 → =	VCTR VctB:2 [−2 6] 6

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 5 Tạo vectơ C có 2 thành phần CA → Apps → 1 → 3 → 2	
Bước 6 Nhập thành phần của vectơ C 5 → = → 1 → =	
Bước 7 a) Trung điểm I = ½ × (A + B) CA → 1 → 分 → 2 → × → (→ Apps → 3 → + → Apps → 4 →) → =	
Bước 8 b) Trọng tâm G = ⅓ × (A + B + C) CA → 1 → 分 → 3 → × → (→ Apps → 3 → + → Apps → 4 → + → Apps → 5 →) → =	

Đáp số: I(–1/2; 9/2); G(4/3; 10/3).

Lưu ý: Trung điểm I = ½ × (A + B)
Trọng tâm G = ⅓ × (A + B + C)

2.2. Tích vô hướng và góc giữa hai vectơ

Chế độ sử dụng VCTR, dạng Line (Shift SET-UP 2)

Khi nào dùng tính tích vô hướng $u \cdot v = xx' + yy'$ và góc giữa hai vectơ ($\cos\phi = u \cdot v \div (|u|\cdot|v|)$); kiểm tra hai vectơ vuông góc ($u \cdot v = 0$).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Góc giữa vectơ $a = (1; -1)$ và vectơ $b = (-2; 0)$ có số đo bằng:

A. 90°

B. 0°

C. 135°

D. 45°

CÁCH BẤM

Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 2 thành phần

MODE → 8 → 1 → 2

Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A

1 → = → (–) → 1 → =

Bước 3 Tạo vectơ B có 2 thành phần

CA → Apps → 1 → 2 → 2

Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B

(–) → 2 → = → 0 → =

Bước 5 Tích vô hướng $a \cdot b$

CA → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 → =

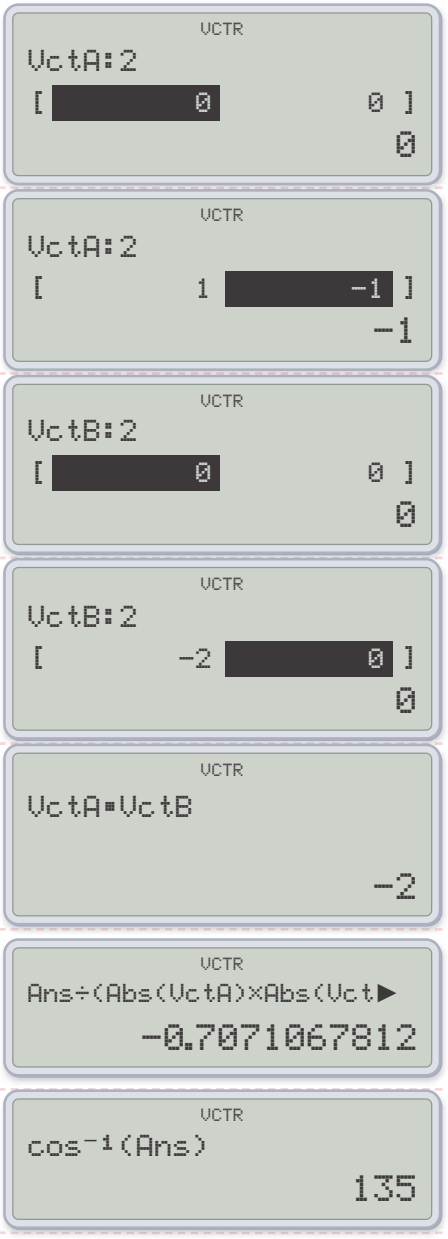
Bước 6 $\cos\phi = a \cdot b \div (|a|\cdot|b|)$

Ans → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =

Bước 7 Góc $\phi = \cos^{-1}(\cos\phi)$

Shift → $\cos^{-1}$ → Ans →) → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

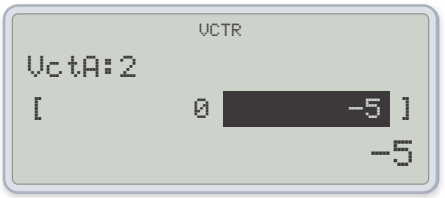
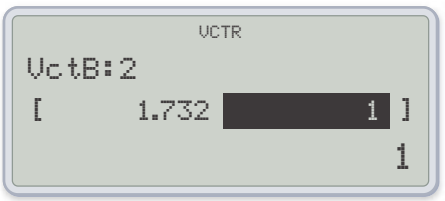
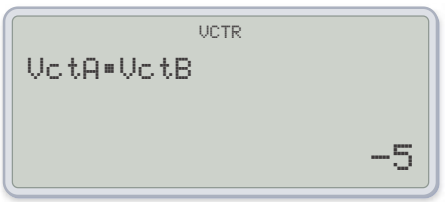
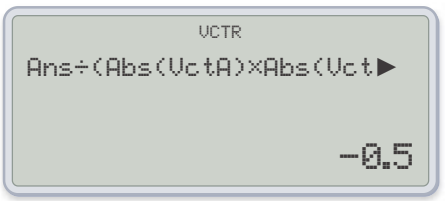


Kết quả $\phi = 135°$

Chọn C

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính tích vô hướng và góc giữa hai vectơ u = (0; –5), v = (√3; 1).

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 2 thành phần MODE → 8 → 1 → 2	
Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A 0 → = → (–) → 5 → =	
Bước 3 Tạo vectơ B có 2 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 2	
Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B (√3; 1) √□ → 3 → › → = → 1 → =	
Bước 5 Tích vô hướng u · v CA → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 → =	
Bước 6 cos φ = u · v ÷ (|u|·|v|) Ans → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =	
Bước 7 Góc φ Shift → cos⁻¹ → Ans →) → =	

Đáp số: u · v = –5; góc giữa hai vectơ bằng 120°.

Lưu ý: Tích vô hướng bằng 0 nghĩa là hai vectơ vuông góc.

3. SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU

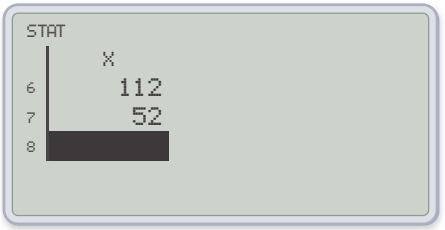
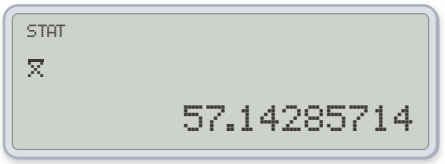
3.1. Số trung bình, trung vị và mốt

Chế độ sử dụng STAT, thống kê một biến (MODE 3 1); bảng tần số: bật FREQ bằng Shift SET-UP ▼ 4 1 .

Khi nào dùng tính số trung bình, trung vị, mốt của mẫu số liệu (có bảng tần số thì bật cột FREQ); chọn số đặc trưng đại diện cho mẫu.

Ví dụ 1 · Tự luận

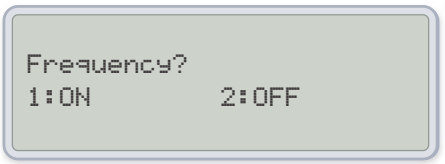
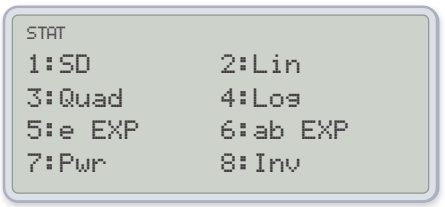
Chiều dài (đơn vị feet) của 7 con cá voi trưởng thành được cho như sau: 48 53 51 31 53 112 52. Tìm số trung bình và trung vị của mẫu số liệu trên. Trong hai số đó, số nào phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này?

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào STAT, chọn thống kê một biến (SD) MODE → 3 → 1	
Bước 2 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =) 4 → 8 → = → 5 → 3 → = → 5 → 1 → = → 3 → 1 → = → 5 → 3 → = → 1 → 1 → 2 → = → 5 → 2 → =	
Bước 3 Xem số trung bình (S-VAR) CA → Apps → 5 → 2 → =	
Bước 4 Xem trung vị (S-PTS) CA → Apps → 6 → 3 → =	

Kết quả Số trung bình ≈ 57,14; trung vị = 52; trung vị phù hợp hơn

Ví dụ 2 · Tự luận

Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng sau (số cuốn sách: 1; 2; 3; 4; 5 – số bạn: 3; 5; 15; 10; 7). Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Bật cột tần số FREQ (nếu chưa bật) Shift → SET-UP → ⌄ → 4 → 1	
Bước 2 Vào STAT, chọn thống kê một biến (SD) MODE → 3 → 1	
Bước 3 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =) 1 → = → 2 → = → 3 → = → 4 → = → 5 → =	
Bước 4 Sang cột FREQ, lên hàng đầu rồi nhập tần số (mỗi tần số kèm =) › → ^ → ^ → ^ → ^ → ^ → 3 → = → 5 → = → 1 → 5 → = → 1 → 0 → = → 7 → =	
Bước 5 Xem số trung bình CA → Apps → 5 → 2 → =	

Đáp số: trung bình mỗi bạn đọc 3,325 cuốn sách.

Lưu ý: Nhập từng giá trị kèm [=] ; xong bấm [CA] rồi [Apps] [5] [2] (số trung bình), [Apps] [6] [3] (trung vị), [Apps] [6] [4] (mốt).

3.2. Tứ phân vị, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị

Chế độ sử dụng STAT, thống kê một biến (MODE 3 1)

Khi nào dùng tìm Q_1, Q_2, Q_3, khoảng biến thiên R, khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1$; phát hiện giá trị bất thường (nhỏ hơn $Q_1 - 1{,}5\Delta Q$ hoặc lớn hơn $Q_3 + 1{,}5\Delta Q$).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

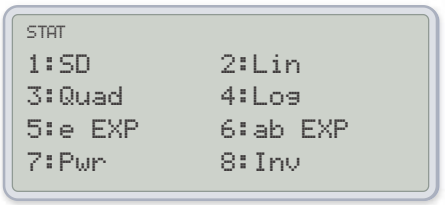
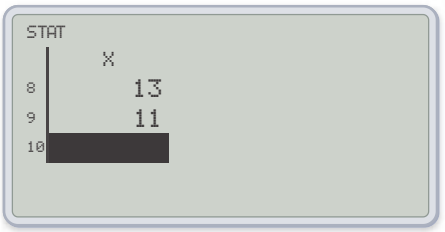
Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày: 7 8 22 20 15 18 19 13 11. Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

A. 5

B. 8

C. 10

D. 12

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào STAT, chọn thống kê một biến (SD) MODE → 3 → 1	
Bước 2 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =) 7 → = → 8 → = → 2 → 2 → = → 2 → 0 → = → 1 → 5 → = → 1 → 8 → = → 1 → 9 → = → 1 → 3 → = → 1 → 1 → =	
Bước 3 Xem Q_1 CA → Apps → 6 → 5 → =	
Bước 4 Xem Q_3 CA → Apps → 6 → 6 → =	
Bước 5 Tính $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ CA → Apps → 6 → 6 → − → Apps → 6 → 5 → =	

Kết quả $Q_1 = 9{,}5$; $Q_3 = 19{,}5$; $\Delta Q = 10$

Chọn C

Ví dụ 2 · Tự luận

Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, 1 mg = 0,001 g) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0	340	70	140	200
180	210	150	100	130
140	180	190	160	290
50	220	180	200	210

Hãy tìm các tứ phân vị. Các tứ phân vị này cho ta thông tin gì?

CÁCH BẤM

Bước 1 Vào STAT, chọn thống kê một biến (SD)

MODE → 3 → 1

Bước 2 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =)

0 → = → 3 → 4 → 0 → = → 7 →
0 → = → 1 → 4 → 0 → = → 2 →
0 → 0 → = → 1 → 8 → 0 → = →
2 → 1 → 0 → = → 1 → 5 → 0 →
= → 1 → 0 → 0 → = → 1 → 3 →
0 → = → 1 → 4 → 0 → = → 1 →
8 → 0 → = → 1 → 9 → 0 → = →
1 → 6 → 0 → = → 2 → 9 → 0 →
= → 5 → 0 → = → 2 → 2 → 0 →
= → 1 → 8 → 0 → = → 2 → 0 →
0 → = → 2 → 1 → 0 → =

Bước 3 Xem Q_1

CA → Apps → 6 → 5 → =

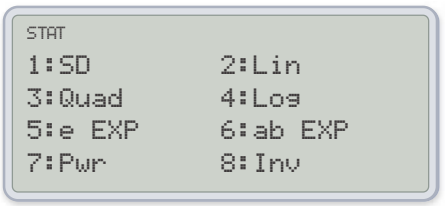
Bước 4 Xem Q_2 (trung vị)

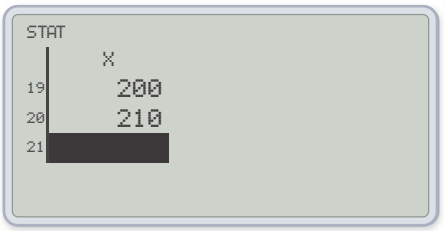
CA → Apps → 6 → 3 → =

Bước 5 Xem Q_3

CA → Apps → 6 → 6 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ











Đáp số: $Q_1 = 135$; $Q_2 = 180$; $Q_3 = 205$.

Lưu ý: Q_1 Apps 6 5 , Q_3 Apps 6 6 , trung vị Apps 6 3 , khoảng giá trị R Apps 6 7 .

3.3. Phương sai và độ lệch chuẩn

Chế độ sử dụng STAT, thống kê một biến (MODE 3 1)

Khi nào dùng tính phương sai s^2 và độ lệch chuẩn s của mẫu số liệu để so sánh mức độ phân tán.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 10 tại một trường: 43 45 46 41 40. Tìm phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

A. $s^2 = 4,2; s \approx 2,05$

B. $s^2 = 5,2; s \approx 2,28$

C. $s^2 = 6,5; s \approx 2,55$

D. $s^2 = 26; s \approx 5,10$

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào STAT, chọn thống kê một biến (SD) MODE → 3 → 1	STAT 1:SD 2:Lin 3:Quad 4:Log 5:e EXP 6:ab EXP 7:Pwr 8:Inv
Bước 2 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =) 4 → 3 → = → 4 → 5 → = → 4 → 6 → = → 4 → 1 → = → 4 → 0 → =	STAT X 4 41 5 40 6
Bước 3 Xem độ lệch chuẩn s CA → Apps → 5 → 3 → =	STAT xσn 2.28035085
Bước 4 Bình phương độ lệch chuẩn để có phương sai s^2 CA → Apps → 5 → 3 → x^2 → =	STAT xσn² 5.2

Kết quả $s \approx 2,28; s^2 = 5,2$

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Dùng đồng hồ đo thời gian có độ chia nhỏ nhất đến 0,001 giây để đo 7 lần thời gian rơi tự do của một vật bắt đầu từ điểm A (vA = 0) đến điểm B. Kết quả đo như sau: 0,398 0,399 0,408 0,410 0,406 0,405 0,402. Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này. Qua các đại lượng này, em có nhận xét gì về độ chính xác của phép đo trên?

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào STAT, chọn thống kê một biến (SD) MODE → 3 → 1	STAT 1:SD 2:Lin 3:Quad 4:Log 5:e EXP 6:ab EXP 7:Pwr 8:Inv
Bước 2 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =) 0 → • → 3 → 9 → 8 → = → 0 → • → 3 → 9 → 9 → = → 0 → • → 4 → 0 → 8 → = → 0 → • → 4 → 1 → 0 → = → 0 → • → 4 → 0 → 6 → = → 0 → • → 4 → 0 → 5 → = → 0 → • → 4 → 0 → 2 → =	STAT X 6 0.405 7 0.402 8
Bước 3 Xem độ lệch chuẩn s CA → Apps → 5 → 3 → =	STAT xσn 4.174754056×10^{-3}
Bước 4 Bình phương để có phương sai s^2 CA → Apps → 5 → 3 → x^2 → =	STAT $x\sigma n^2$ 1.742857143×10^{-5}

Đáp số: $s^2 \approx 0{,}0000174$; $s \approx 0{,}00417$ (s nhỏ nên các lần đo khá sát nhau, phép đo chính xác).

Lưu ý: Độ lệch chuẩn s trong sách là xσn: Apps 5 3 ; phương sai $s^2 = (x\sigma n)^2$: Apps 5 3 x^2 = .

Trở về mục lục

4. HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ PHƯƠNG TRÌNH

4.1. Đồ thị hàm số bậc hai: đỉnh và giao điểm với trục

Chế độ sử dụng COMP; tìm giao điểm với Ox dùng EQN, bậc hai (MODE 5 ⌄ 1)

Khi nào dùng tìm đỉnh I(–b ÷ 2a; –Δ ÷ 4a), giao điểm với trục Ox (nghiệm của $ax^2 + bx + c = 0$), từ đó vẽ parabol và xét sự biến thiên.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Parabol $y = -x^2 + 2x + 3$ có đỉnh là

A. I(–1; 0)

B. I(3; 0)

C. I(0; 3)

D. I(1; 4)

CÁCH BẤM

Bước 1 Hoành độ đỉnh x = –b ÷ (2a) với a = –1, b = 2... (–b = –2)

(–) → 2 → ÷ → (→ 2 → × → (–) → 1 →) → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

```
-2÷(2×-1)
                    1
```

Bước 2 Tung độ đỉnh $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ với x là [Ans]

(–) → 1 → × → Ans → x^2 → + → 2 → × → Ans → + → 3 → =

```
-1×Ans²+2×Ans+3
                    4
```

Kết quả đỉnh I(1; 4)

Chọn D

Ví dụ 2 · Tự luận

Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O trong mặt phẳng toạ độ Oxy là một parabol có phương trình $y = -\frac{3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O, y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất.

a) Tìm độ cao lớn nhất của vật trong quá trình bay.

b) Tính khoảng cách từ điểm chạm đất của vật đến gốc O (tầm xa của quỹ đạo).

Lưu ý: Hoành độ đỉnh x = –b ÷ (2a); thế vào hàm số (dùng Ans) để có tung độ đỉnh. Giao điểm với Ox: EQN bậc hai, nhập a, b, c rồi bấm = để xem X_1, X_2. a > 0: hàm số có giá trị nhỏ nhất tại đỉnh; a < 0: có giá trị lớn nhất tại đỉnh.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 a) Hoành độ đỉnh x = –b ÷ (2a) với a = –3/1000, b = 1 (–) → 1 → ÷ → (→ 2 → × → (–) → 3 → 𝑎𝑏/𝑐 → 1 → 0 → 0 → 0 → › →) → =	$-1\div(2\times-\frac{3}{1000})$ $\frac{500}{3}$
Bước 2 Độ cao lớn nhất y = a·x² + b·x với x là Ans (–) → 3 → 𝑎𝑏/𝑐 → 1 → 0 → 0 → 0 → › → × → Ans → x^2 → + → Ans → =	$-\frac{3}{1000}\times Ans^2+Ans$ $\frac{250}{3}$
Bước 3 Vào EQN, chọn phương trình bậc hai (Quad EQN) MODE → 5 → ⌄ → 1	EQN D a 0 b 0 c 0 0
Bước 4 b) Điểm chạm đất: y = 0. Nhập a = –3/1000, b = 1, c = 0 (mỗi hệ số kèm =) (–) → 3 → 𝑎𝑏/𝑐 → 1 → 0 → 0 → 0 → › → = → 1 → = → 0 → =	EQN D a −3⌟1E3 b 1 c 0 0
Bước 5 Xem X_1: điểm chạm đất, khoảng cách đến O là tầm xa =	EQN D $X_1=$ $\frac{1000}{3}$
Bước 6 Xem X_2: điểm ném (gốc O) =	EQN D $X_2=$ 0

Đáp số: a) độ cao lớn nhất 250/3 ≈ 83,33m (khi x = 500/3 ≈ 166,67 m);
b) tầm xa 1000/3 ≈ 333,33 m.

4.2. Bất phương trình bậc hai

Chế độ sử dụng EQN, bậc hai (MODE 5 ⌄ 1); tính Δ ở COMP; xong bấm MODE 1 .

Khi nào dùng xét dấu f(x) = ax² + bx + c và giải bất phương trình bậc hai: tìm nghiệm của f(x) = 0 rồi xét dấu theo hệ số a.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Giải bất phương trình $2x^2 - 3x + 1 > 0$.

A. $(\frac{1}{2}; 1)$

B. $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$

C. $(-\infty; \frac{1}{2}] \cup [1; +\infty)$

D. $\mathbb{R}$

CÁCH BẤM

Bước 1 Vào EQN, chọn phương trình bậc hai (Quad EQN)

MODE → 5 → ⌄ → 1

Bước 2 Nhập các hệ số a, b, c (mỗi hệ số kèm =)

2 → = → (−) → 3 → = → 1 → =

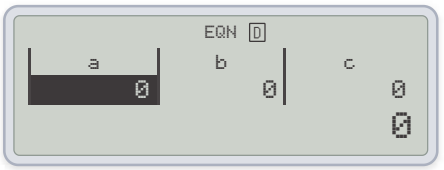
Bước 3 Xem nghiệm X_1

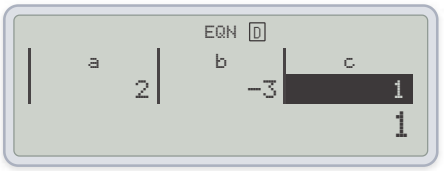
=

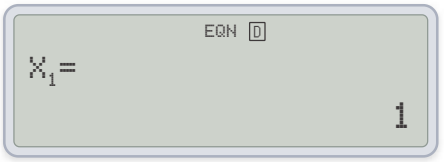
Bước 4 Xem nghiệm X_2

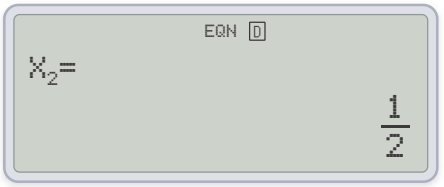
=

MÀN HÌNH HIỂN THỊ









Kết quả nghiệm 1/2 và 1; a = 2 > 0 nên f(x) > 0 ngoài hai nghiệm: S = (−∞; 1/2) ∪ (1; +∞)

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Giải các bất phương trình sau:

a) $3x^2 + x + 5 \le 0$

b) $-3x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 \ge 0$

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 a) $\Delta = b^2 - 4ac$ với a = 3, b = 1, c = 5 1 → x^2 → − → 4 → × → 3 → × → 5 → =	$1^2-4\times3\times5$ -59
Bước 2 b) $\Delta' = b'^2 - ac$ với a = −3, b′ = √3, c = −1 √□ → 3 → › → x^2 → − → (→ (−) → 3 →) → × → (→ (−) → 1 →) → =	$\sqrt{3}^2-(-3)\times(-1)$ 0
Bước 3 Nghiệm kép $x_0 = -b' \div a$ (−) → √□ → 3 → › → ÷ → (→ (−) → 3 →) → =	$-\sqrt{3}\div(-3)$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Đáp số: a) $\Delta = -59 < 0$, $a > 0$ nên vô nghiệm

b) $a < 0$, nghiệm kép nên chỉ có $x = \sqrt{3}/3$.

5. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

5.1. Góc giữa hai đường thẳng

Chế độ sử dụng VCTR, dạng Line (Shift SET-UP 2)

Khi nào dùng tính góc φ giữa hai đường thẳng từ hai vectơ pháp tuyến:
$\cos\varphi = |n_1 \cdot n_2| \div (|n_1| \cdot |n_2|)$.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Tính góc giữa hai đường thẳng Δ_1: x = 3 và Δ_2: x = 2 − t, y = 3 + t.

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 2 thành phần MODE → 8 → 1 → 2	VCTR VctA:2 [0 0] 0
Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A 1 → = → 0 → =	VCTR VctA:2 [1 0] 0
Bước 3 Tạo vectơ B có 2 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 2	VCTR VctB:2 [0 0] 0
Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B 1 → = → 1 → =	VCTR VctB:2 [1 1] 1
Bước 5 $\cos\varphi = \lvert n_1 \cdot n_2\rvert \div (\lvert n_1\rvert \cdot \lvert n_2\rvert)$ với n_1 = (1; 0), n_2 = (1; 1) CA → Abs → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 →) → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =	VCTR Abs(VctA•VctB)÷(Abs(Vc▶ 0.7071067812

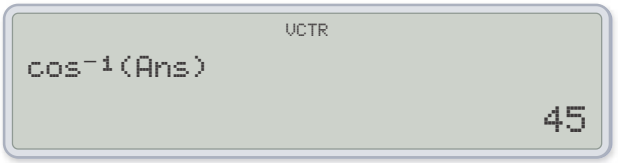
Ví dụ 1 · Trắc nghiệm (tiếp theo)

CÁCH BẤM

Bước 6 Góc ϕ

Shift → cos⁻¹ → Ans →) → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Kết quả ϕ = 45°

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính góc giữa hai đường thẳng Δ_1: $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ và Δ_2: $x - \sqrt{3}y - 2 = 0$.

CÁCH BẤM

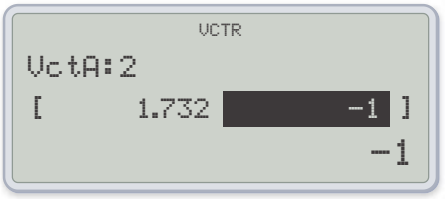
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 2 thành phần

MODE → 8 → 1 → 2



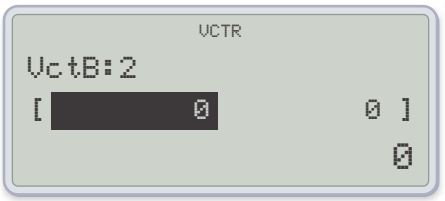
Bước 2 Nhập $n_1 = (\sqrt{3}; -1)$ vào VctA

√□ → 3 → = → (−) → 1 → =



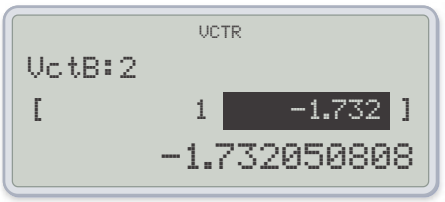
Bước 3 Tạo vectơ B có 2 thành phần

CA → Apps → 1 → 2 → 2



Bước 4 Nhập $n_2 = (1; -\sqrt{3})$ vào VctB

1 → = → (−) → √□ → 3 → › → =



Bước 5 $\cos\phi = |n_1 \cdot n_2| \div (|n_1| \cdot |n_2|)$

CA → Abs → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 →) → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =



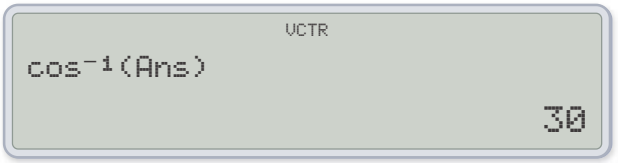
Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM

Bước 6 Góc ϕ

Shift → cos⁻¹ → Ans →) → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Đáp số: góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 30°.

5.2. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths.

Khi nào dùng tính $d(M;\Delta) = |ax_0 + by_0 + c| \div \sqrt{(a^2 + b^2)}$; từ đó tính chiều cao và diện tích tam giác trong mặt phẳng toạ độ.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm A(0; –2) và đường thẳng Δ: x + y – 4 = 0. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

A. $3\sqrt{2}$

B. 6

C. $2\sqrt{3}$

D. 3

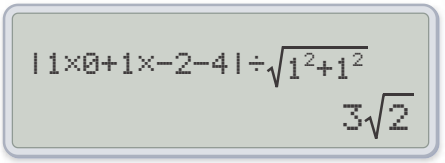
CÁCH BẤM

Abs → 1 → × → 0 → + → 1 → × →

(–) → 2 → – → 4 → › → ÷ → √□ →

1 → x² → + → 1 → x² → › → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Kết quả $d(A;\Delta) = 3\sqrt{2}$

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC có A(1; 0), B(3; 2) và C(–2; –1).

a) Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

CÁCH BẤM

Bước 1 a) Đường thẳng BC: 3x – 5y + 1 = 0; đường cao h = d(A; BC)

Abs → 3 → × → 1 → − → 5 → × →
0 → + → 1 → ▶ → ÷ → √□ → 3 →
x² → + → 5 → x² → ▶ → =

Bước 2 b) S = ½ · BC · h với BC = √((–2 – 3)² + (–1 – 2)²), h là [Ans]

1 → □/□ → 2 → ▶ → × → √□ → (→
(–) → 2 → − → 3 →) → x² → + →
(→ (–) → 1 → − → 2 →) → x² →
▶ → × → Ans → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

$$|3\times1-5\times0+1|\div\sqrt{3^2+5^2} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$$

$$\frac{1}{2}\times\sqrt{(-2-3)^2+(-1-2)^2}\times Ans = 2$$

Đáp số: a) h = 2√34/17 ≈ 0,686; b) S = 2.

6. ĐẠI SỐ TỔ HỢP

6.1. Hoán vị và chỉnh hợp

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths.

Khi nào dùng đếm số cách sắp xếp n phần tử (hoán vị $P_n = n!$) và số cách chọn có thứ tự k trong n phần tử (chỉnh hợp A_n^k).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Số các số có ba chữ số khác nhau, trong đó các chữ số đều lớn hơn 0 và nhỏ hơn hoặc bằng 5 là

A. 120

B. 60

C. 720

D. 2

CÁCH BẤM

5 → Shift → nPr → 3 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Kết quả 60 số

Chọn B

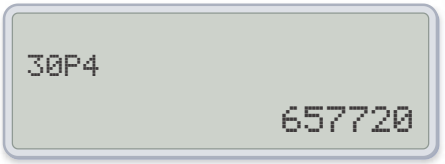
Ví dụ 2 · Tự luận

Một lớp có 30 học sinh, giáo viên cần chọn lần lượt 4 học sinh trồng bốn cây khác nhau để tham gia lễ phát động Tết trồng cây của trường. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn?

CÁCH BẤM

3 → 0 → Shift → nPr → 4 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Đáp số: 657 720 cách.

6.2. Tổ hợp

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths.

Khi nào dùng đếm số cách chọn k phần tử trong n phần tử không cần sắp xếp thứ tự (C_n^k); kết hợp với quy tắc nhân và quy tắc cộng.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Số cách chọn 3 bạn học sinh đi học bơi từ một nhóm 10 bạn học sinh là

A. 3 628 800

B. 604 800

C. 120

D. 720

CÁCH BẤM

1 → 0 → Shift → nCr → 3 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Kết quả 120 cách

Chọn C

Ví dụ 2 · Tự luận

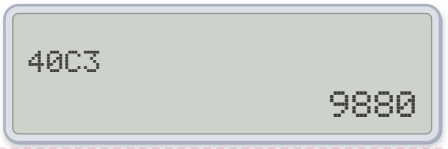
Lớp 10B có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 bạn tham gia vào đội thiện nguyện của trường trong mỗi trường hợp sau? a) Ba học sinh được chọn là bất kì. b) Ba học sinh được chọn gồm 1 nam và 2 nữ. c) Có ít nhất một nam trong ba học sinh được chọn.

CÁCH BẤM

Bước 1 a) C_{40}^3

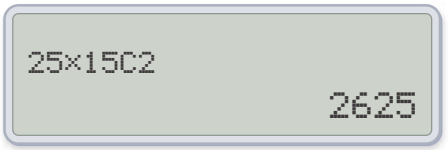
4 → 0 → Shift → nCr → 3 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



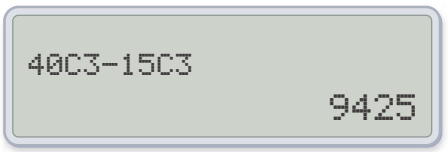
Bước 2 b) 25 cách chọn nam, C_{15}^2 cách chọn hai nữ

2 → 5 → × → 1 → 5 → Shift → nCr → 2 → =



Bước 3 c) Tất cả trừ trường hợp cả ba bạn là nữ

4 → 0 → Shift → nCr → 3 → − → 1 → 5 → Shift → nCr → 3 → =



Đáp số:

a) 9 880; b) 2 625; c) 9 425.

6.3. Nhị thức Newton

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths.

Khi nào dùng tìm hệ số của x^k trong khai triển $(ax + b)^n$: số hạng tổng quát là $C_n^k \cdot (ax)^k \cdot b^{n-k}$.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức $(3x - 4)^5$ là

A. 1 620

B. 60

C. –60

D. –1 620

CÁCH BẤM

5 → Shift → nCr → 4 → × → 3 → $x^{\square}$ →
4 → ▶ → × → (–) → 4 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

```
5C4×3^4×-4
              -1620
```

Kết quả hệ số bằng –1 620

Chọn D

Ví dụ 2 · Tự luận

Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x + 3)^5$, hệ số của x^4 hay hệ số của x^3 lớn hơn?

CÁCH BẤM

Bước 1 Hệ số của x^4: $C_5^4 \cdot 2^4 \cdot 3$

5 → Shift → nCr → 4 → × → 2 → $x^{\square}$ →
4 → ▶ → × → 3 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

```
5C4×2^4×3
              240
```

Bước 2 Hệ số của x^3: $C_5^3 \cdot 2^3 \cdot 3^2$

5 → Shift → nCr → 3 → × → 2 → $x^{\square}$ →
3 → ▶ → × → 3 → x^2 → =

```
5C3×2^3×3^2
              720
```

Đáp số: hệ số của x^3 (720) lớn hơn hệ số của x^4 (240).

KHỐI LỚP 11

Khối lớp 11 gồm 5 mục nội dung: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác; Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân; Giới hạn và Hàm số liên tục; Hàm số mũ và hàm lôgarit; Đạo hàm.

1 Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác 37

2 Dãy số, Cấp số cộng và cấp số nhân 41

3 Giới hạn và Hàm số liên tục 46

4 Hàm số mũ và hàm số lôgarit 50

5 Đạo hàm 52

1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

1.1. Hệ thức lượng giác cơ bản

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths

Khi nào dùng biết một giá trị lượng giác và khoảng chứa góc, tính các giá trị lượng giác còn lại ($\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Tính các giá trị lượng giác của góc α, biết: $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ và $90° < \alpha < 180°$.

A. $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$; $\tan\alpha = -\frac{3}{4}$; $\cot\alpha = -\frac{4}{3}$

B. $\cos\alpha = \frac{4}{5}$; $\tan\alpha = \frac{3}{4}$; $\cot\alpha = \frac{4}{3}$

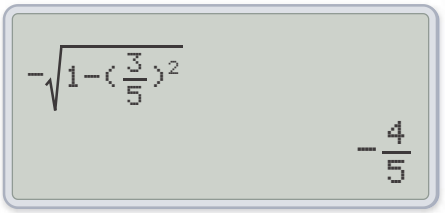
C. $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$; $\tan\alpha = \frac{3}{4}$; $\cot\alpha = \frac{4}{3}$

D. $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$; $\tan\alpha = -\frac{4}{3}$; $\cot\alpha = -\frac{3}{4}$

CÁCH BẤM

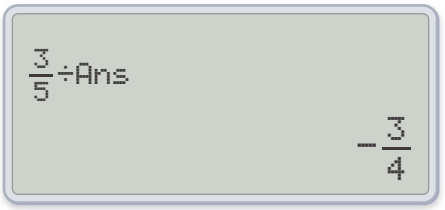
Bước 1 $\cos\alpha = -\sqrt{(1 - \sin^2\alpha)}$, vì $90° < \alpha < 180°$ nên $\cos\alpha < 0$

(−) → √□ → 1 → − → (→ 3 → a b/c → 5 → ▶ →) → x^2 → ▶ → =



Bước 2 $\tan\alpha = \sin\alpha \div \cos\alpha$ (dùng [Ans] là $\cos\alpha$)

3 → a b/c → 5 → ▶ → ÷ → Ans → =



Bước 3 $\cot\alpha = 1 \div \tan\alpha$

1 → ÷ → Ans → =



Kết quả $\cos\alpha = -4/5$; $\tan\alpha = -3/4$; $\cot\alpha = -4/3$

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính các giá trị lượng giác của góc α, biết: $\cos\alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 $\sin\alpha = -\sqrt{(1-\cos^2\alpha)}$, vì $\pi < \alpha < 3\pi/2$ nên $\sin\alpha < 0$ (–) → √□ → 1 → – → (→ (–) → 2 → ▭ → 3 → › →) → x^2 → › → =	$-\sqrt{1-(-\frac{2}{3})^2}$ $-\frac{\sqrt{5}}{3}$
Bước 2 $\tan\alpha = \sin\alpha \div \cos\alpha$ (dùng [Ans] là $\sin\alpha$) Ans → ÷ → (→ (–) → 2 → ▭ → 3 → › →) → =	Ans÷(−2/3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
Bước 3 $\cot\alpha = 1 \div \tan\alpha$ 1 → ÷ → Ans → =	1÷Ans $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Đáp số:
$\sin\alpha = -\sqrt{5}/3$
$\tan\alpha = \sqrt{5}/2$
$\cot\alpha = 2\sqrt{5}/5$.

Lưu ý: $\cos\alpha = \pm\sqrt{(1-\sin^2\alpha)}$
$\sin\alpha = \pm\sqrt{(1-\cos^2\alpha)}$
$\tan\alpha = \sin\alpha \div \cos\alpha$
$\cot\alpha = 1 \div \tan\alpha$.

1.2. Giá trị hàm số lượng giác trong bài toán thực tế

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2); đơn vị góc Rad (Shift SET-UP 4).

Khi nào dùng tính giá trị của hàm số y = a + b·sin(ωt) tại nhiều thời điểm (CALC); tìm chu kì T = 2π ÷ ω và biên độ dao động.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Huyết áp của mỗi người thay đổi trong ngày. Giả sử huyết áp tâm trương (tức là áp lực máu lên thành động mạch khi tim giãn ra) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi tại thời điểm t được cho bởi công thức: B(t) = 80 + 7 $\sin(\frac{\pi t}{12})$, trong đó t là số giờ tính từ lúc nửa đêm và B(t) tính bằng mmHg (milimét thuỷ ngân).

Tìm huyết áp tâm trương của người này vào các thời điểm sau: a) 6 giờ sáng; b) 10 giờ 30 phút sáng; c) 12 giờ trưa; d) 8 giờ tối.

A. 87; 82,68; 80; 73,94 (mmHg)

B. 87; 82,68; 80; 86,06 (mmHg)

C. 73; 77,32; 80; 73,94 (mmHg)

D. 80; 87; 82,68; 73,94 (mmHg)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn) Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 Chọn đơn vị góc Rad (màn hình hiện chữ R) Shift → SET-UP → 4	R LINE
Bước 3 Nhập biểu thức có biến X rồi bấm CALC 8 → 0 → + → 7 → sin → Shift → π → Alpha → X → ÷ → 1 → 2 →) → CALC	LINE X? 0
Bước 4 a) t = 6 6 → =	LINE 80+7sin(πX÷12) 87
Bước 5 b) t = 10,5 CALC → 1 → 0 → • → 5 → =	LINE 80+7sin(πX÷12) 82.67878403
Bước 6 c) t = 12 CALC → 1 → 2 → =	LINE 80+7sin(πX÷12) 80
Bước 7 d) 8 giờ tối là t = 20 CALC → 2 → 0 → =	LINE 80+7sin(πX÷12) 73.93782217

Kết quả B(6) = 87; B(10,5) ≈ 82,68; B(12) = 80; B(20) ≈ 73,94 (mmHg)

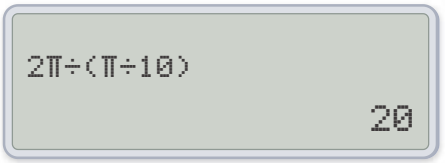
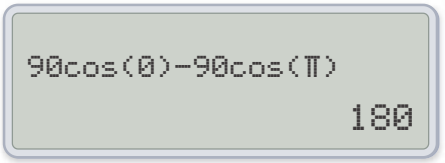
Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Giả sử khi một cơn sóng biển đi qua một cái cọc ở ngoài khơi, chiều cao của nước được mô hình hoá bởi hàm số h(t) = 90 cos($\frac{\pi t}{10}$), trong đó h(t) là độ cao tính bằng centimét trên mực nước biển trung bình tại thời điểm t giây.

a) Tìm chu kì của sóng.

b) Tìm chiều cao của sóng, tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa đáy và đỉnh của sóng.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Chọn đơn vị góc Rad (màn hình hiện chữ R) Shift → SET-UP → 4	
Bước 2 a) Chu kì T = 2π ÷ ω với ω = π ÷ 10 2 → Shift → π → ÷ → (→ Shift → π → ÷ → 1 → 0 →) → =	
Bước 3 b) Đỉnh sóng (t = 0) trừ đáy sóng (t = 10): h(0) – h(10) 9 → 0 → cos → 0 →) → − → 9 → 0 → cos → Shift → π →) → =	

Đáp số:

a) T = 20 giây

b) 180 cm.

2. DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

2.1. Dãy số

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2)

Khi nào dùng tính số hạng thứ n khi biết công thức (CALC); tính liên tiếp các số hạng của dãy cho bằng hệ thức truy hồi (Ans).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = 100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^n$. a) Tìm số tiền ông An nhận được sau tháng thứ nhất, sau tháng thứ hai. b) Tìm số tiền ông An nhận được sau 1 năm.

A. 100,5; 101,0025; khoảng 106,17 (triệu đồng)

B. 100,06; 100,1201; khoảng 100,72 (triệu đồng)

C. 100,5; 101,0025; khoảng 106 (triệu đồng)

D. 106,17; 100,5; khoảng 101,0025 (triệu đồng)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 Nhập biểu thức có biến X rồi bấm CALC 1 → 0 → 0 → × → (→ 1 → + → 0 → • → 0 → 6 → ÷ → 1 → 2 →) → $x^{\square}$ → Alpha → X → CALC	LINE X? 0
Bước 3 a) Sau tháng thứ nhất: n = 1 1 → =	LINE 100×(1+0.06÷12)^(X) 100.5
Bước 4 a) Sau tháng thứ hai: n = 2 CALC → 2 → =	LINE 100×(1+0.06÷12)^(X) 101.0025
Bước 5 b) Sau 1 năm: n = 12 CALC → 1 → 2 → =	LINE 100×(1+0.06÷12)^(X) 106.1677812

Kết quả $A_1 = 100,5$; $A_2 = 101,0025$; $A_{12} \approx 106,17$ (triệu đồng)

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Cho dãy số (u_n) xác định bằng hệ thức truy hồi: $u_1 = 1$, $u_n = 3u_{n-1} + 2$ với $n \geq 2$. Viết ba số hạng đầu của dãy số này.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 $u_1 = 1$ (nhập số hạng đầu) 1 → =	1 1
Bước 2 $u_2 = 3u_1 + 2$ (Ans là u_1) 3 → × → Ans → + → 2 → =	3×Ans+2 5
Bước 3 Bấm = tiếp để lặp lại phép tính: $u_3 = 3u_2 + 2$ =	3×Ans+2 17

Đáp số: $u_1 = 1$; $u_2 = 5$; $u_3 = 17$.

2.2. Cấp số cộng

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths; EQN hệ hai ẩn (MODE 5 1) để tìm u_1, d; Σ dùng ở dạng Line (Shift SET-UP 2).

Khi nào dùng tìm số hạng đầu u_1 và công sai d từ hai điều kiện (EQN); tính $u_n = u_1 + (n - 1)d$ và $S_n = n/2 \cdot [2u_1 + (n - 1)d]$; tính tổng bằng Σ.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

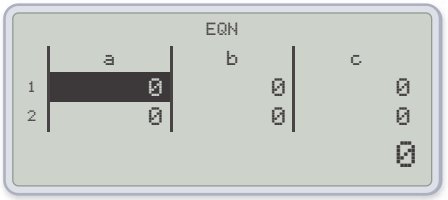
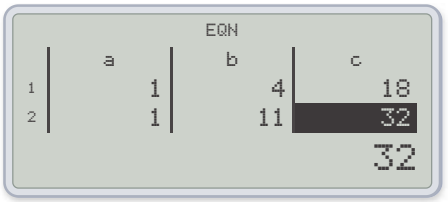
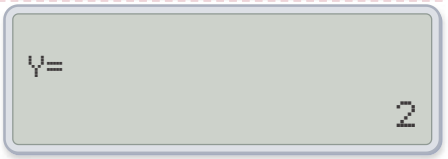
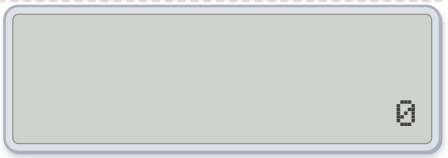
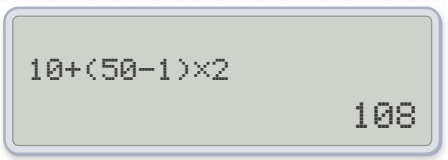
Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 18 và số hạng thứ 12 bằng 32. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

A. 98

B. 108

C. 110

D. 118

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào EQN, chọn hệ hai ẩn (2 unknowns) MODE → 5 → 1	
Bước 2 Nhập hai phương trình: $u_1 + 4d = 18$ và $u_1 + 11d = 32$ 1 → = → 4 → = → 1 → 8 → = → 1 → = → 1 → 1 → = → 3 → 2 → =	
Bước 3 Xem X (= u_1) =	
Bước 4 Xem Y (= d) =	
Bước 5 Về chế độ COMP MODE → 1	
Bước 6 $u_{50} = u_1 + 49d$ 1 → 0 → + → (→ 5 → 0 → − → 1 →) → × → 2 → =	

Kết quả $u_{50} = 108$

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Anh Nam được nhận vào làm việc ở một công ty về công nghệ với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Công ty sẽ tăng thêm lương cho anh Nam mỗi năm là 20 triệu đồng. Tính tổng số tiền lương mà anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc cho công ty đó.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Công thức $S_{10} = 10/2 \cdot [2u_1 + 9d]$ với $u_1 = 100$, $d = 20$ 1 → 0 → 囧 → 2 → › → × → (→ 2 → × → 1 → 0 → 0 → + → (→ 1 → 0 → − → 1 →) → × → 2 → 0 →) → =	$\frac{10}{2}\times(2\times100+(10-1)\times20)$ 1900
Bước 2 Đặt dạng Line Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 3 Kiểm tra bằng Σ: $u_n = 100 + (n - 1) \cdot 20 = 20n + 80$, cộng từ n = 1 đến n = 10 Apps → 2 → 2 → 0 → Alpha → X → + → 8 → 0 → Shift → , → 1 → Shift → , → 1 → 0 → =	LINE Σ(20X+80,1,10) 1900

Đáp số: 1 900 triệu đồng.

2.3. Cấp số nhân

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths.

Khi nào dùng tìm công bội q và số hạng đầu u_1 từ hai số hạng; tính $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$; tìm n từ $S_n = u_1(1 - q^n)/(1 - q)$ bằng lôgarit.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 5 và công bội bằng 2. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số nhân này để có tổng bằng 5 115?

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 $S_n = 5(2^n - 1) = 5\,115$, suy ra $2^n = 5\,115 \div 5 + 1$ 5 → 1 → 1 → 5 → ÷ → 5 → + → 1 → =	5115÷5+1 1024
Bước 2 $n = \log_2 1\,024$ Alpha → $\log_{\square}$ → 2 → ▶ → Ans → =	$\log_2$(Ans) 10
Kết quả n = 10	**Chọn C**

Ví dụ 2 · Tự luận

Cho một cấp số nhân gồm các số hạng dương. Biết số hạng thứ 10 bằng 1 536 và số hạng thứ 12 bằng 6 144. Tìm số hạng thứ 20 của cấp số nhân đó.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 $u_{12} \div u_{10} = q^2$ 6 → 1 → 4 → 4 → ÷ → 1 → 5 → 3 → 6 → =	6144÷1536 4
Bước 2 $q = \sqrt{4} = 2$ (lấy $q > 0$ vì các số hạng dương) $\sqrt{\square}$ → Ans → ▶ → =	$\sqrt{}$Ans 2

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 3 $u_1 = u_{10} \div q^9$ 1 → 5 → 3 → 6 → ÷ → 2 → $x^{\square}$ → 9 → =	1536÷2^(9) 3
Bước 4 $u_{20} = u_1 \cdot q^{19}$ 3 → × → 2 → $x^{\square}$ → 1 → 9 → =	3×2^(19) 1572864

Đáp số: u_{20} = 1 572 864.

3. GIỚI HẠN VÀ HÀM SỐ LIÊN TỤC

3.1. Giới hạn của dãy số

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2)

Khi nào dùng dự đoán giới hạn của dãy số u_n khi n rất lớn: tính u_n tại vài giá trị n lớn bằng CALC, xem các giá trị dần về số nào.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Cho $u_n = (2 + 2^2 + \ldots + 2^n)/2^n$. Giới hạn của dãy số (u_n) bằng

A. 1

B. 2

C. −1

D. 0

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn) Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 Nhập biểu thức có biến X rồi bấm CALC (→ 2 → $x^{\square}$ → Alpha → X → + → 1 →) → − → 2 →) → ÷ → 2 → $x^{\square}$ → Alpha → X → CALC	LINE X? 0

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 3 n = 10 1 → 0 → =	LINE (2^(X+1)−2)÷2^(X) 1.998046875
Bước 4 [CALC]: thử n = 30, các giá trị dần về 2 CALC → 3 → 0 → =	LINE (2^(X+1)−2)÷2^(X) 1.999999998

Kết quả các giá trị dần về 2, nên lim u_n = 2

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Tìm lim $(n^2 + n + 1)/(2n^2 - 1)$ khi $n \to +\infty$.

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line

Shift → SET-UP → 2

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

LINE

Bước 2 Nhập biểu thức có biến X rồi bấm CALC

(→ Alpha → X → x^2 → + → Alpha → X → + → 1 →) → ÷ → (→ 2 → Alpha → X → x^2 → − → 1 →) → CALC

LINE
X?
0

Bước 3 n = 1 000

1 → 0 → 0 → 0 → =

LINE
(X²+X+1)÷(2X²−1)
0.5005007503

Bước 4 [CALC]: thử n = 1 000 000, các giá trị dần về 0,5

CALC → 1 → 0 → 0 → 0 → 0 → 0 → 0 → =

LINE
(X²+X+1)÷(2X²−1)
0.5000005

Đáp số: lim = 1/2 (vì các giá trị lui dần về 0,5).

3.2. Hàm số liên tục: tìm tham số, chứng minh phương trình có nghiệm

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2)

Khi nào dùng tìm a để hàm số liên tục tại x_0; xét dấu f(a), f(b) để chứng minh f(x) = 0 có nghiệm; tìm nghiệm gần đúng (SOLVE).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Cho hàm số $f(x) = (x^2 + x - 2)/(x - 1)$ nếu $x \neq 1$; $f(x) = a$ nếu $x = 1$. Hàm số f(x) liên tục tại x = 1 khi

A. a = 0

B. a = 3

C. a = –1

D. a = 1

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn)

Shift → SET-UP → 2

Bước 2 Nhập biểu thức có biến X rồi bấm CALC

(→ Alpha → X → x^2 → + → Alpha → X → − → 2 →) → ÷ → (→ Alpha → X → − → 1 →) → CALC

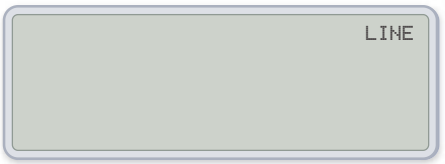
Bước 3 x = 1,000001 (bên phải 1)

1 → • → 0 → 0 → 0 → 0 → 0 → 1 → =

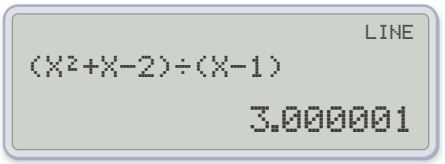
Bước 4 [CALC]: x = 0,999999 (bên trái 1), hai bên cùng dần về 3

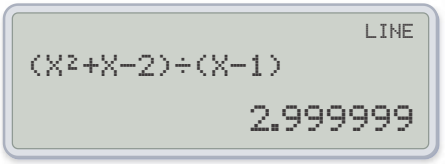
CALC → 0 → • → 9 → 9 → 9 → 9 → 9 → 9 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ









Kết quả lim f(x) = 3 khi x → 1, nên f liên tục tại 1 khi a = 3

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Chứng minh rằng phương trình $x^5 + x^3 - 10 = 0$ có ít nhất một nghiệm.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 Nhập biểu thức có biến X rồi bấm CALC Alpha → X → $x^{\square}$ → 5 →) → + → Alpha → X → $x^{\square}$ → 3 →) → − → 1 → 0 → CALC	LINE X? 0
Bước 3 f(0) = −10 < 0 0 → =	LINE X^(5)+X^(3)−10 −10
Bước 4 [CALC]: f(2) = 30 > 0, f liên tục trên [0; 2] nên có nghiệm trong (0; 2) CALC → 2 → =	LINE X^(5)+X^(3)−10 30
Bước 5 Tìm nghiệm gần đúng: nhập lại f(x), bấm [SHIFT] [CALC] (Solve) Alpha → X → $x^{\square}$ → 5 →) → + → Alpha → X → $x^{\square}$ → 3 →) → − → 1 → 0 → Shift → CALC	LINE Solve for X 0
Bước 6 Nhập giá trị đoán rồi bấm = 1 → =	LINE X= 1.468634302

Đáp số: f(0)·f(2) < 0 nên phương trình có ít nhất một nghiệm trong (0; 2); nghiệm gần đúng x ≈ 1,4686.

4. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths; EQN (MODE 5 ⌄ 1) khi đưa về phương trình bậc hai.

Khi nào dùng giải phương trình mũ $a^x = b$ bằng lôgarit ($x = \log_a b$); giải phương trình lôgarit đưa về phương trình bậc hai rồi loại nghiệm không thoả điều kiện.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Giải phương trình: $10^{x-1} = 2022$ (làm tròn nghiệm đến chữ số thập phân thứ tư).

A. $x \approx 4{,}3058$

B. $x \approx 3{,}3058$

C. $x \approx 3{,}3058$ hoặc $x \approx -3{,}3058$

D. $x = 2023$

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng nhập, xuất Maths

Shift → SET-UP → 1

Bước 2 Lấy logarit thập phân hai vế: $x - 1 = \log 2022$, nên $x = 1 + \log 2022$

1 → + → log → 2 → 0 → 2 → 2 →) → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

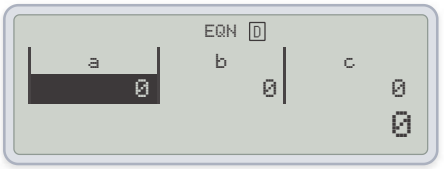
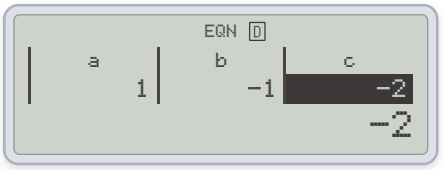
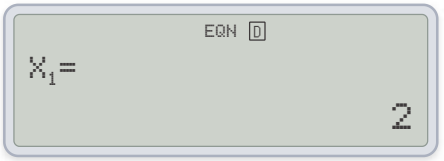
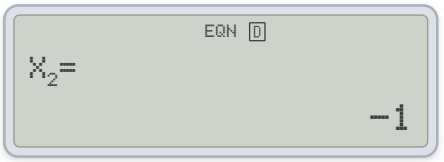
```
1+log(2022)
        4.305781151
```

Kết quả $x = 1 + \log 2022 \approx 4{,}3058$

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Giải phương trình: $\log_3(x + 1) = \log_3(x^2 - 1)$.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào EQN, chọn phương trình bậc hai (Quad EQN) MODE → 5 → ⌄ → 1	
Bước 2 Điều kiện $x > 1$; phương trình trở thành $x^2 - x - 2 = 0$: nhập a = 1, b = −1, c = −2 1 → = → (−) → 1 → = → (−) → 2 → =	
Bước 3 Xem nghiệm X_1 =	
Bước 4 Xem nghiệm X_2 =	

Đáp số: nghiệm của $x^2 - x - 2 = 0$ là $x = 2$ và $x = -1$; chỉ $x = 2$ thoả điều kiện $x > 1$.

5. ĐẠO HÀM

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2); hàm có lượng giác thì đặt đơn vị góc Rad (Shift SET-UP 4)

Khi nào dùng tính giá trị đạo hàm $f'(x_0)$ tại một điểm

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Cho hàm số $f(x) = x^2 + \sin^3 x$. Khi đó $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. π

B. 2π

C. π + 3

D. π – 3

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line

Shift → SET-UP → 2

Bước 2 Chọn đơn vị góc Rad (màn hình hiện chữ R)

Shift → SET-UP → 4

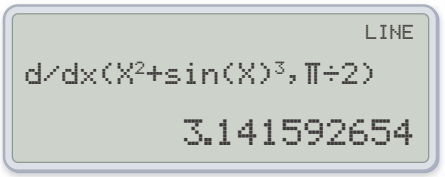
Bước 3 f′(π/2): nhập hàm $x^2 + \sin^3 x$, điểm π ÷ 2 (đơn vị góc Rad)

Shift → d/dx → Alpha → X → x^2 → + →
sin → Alpha → X →) → Shift → x^3 →
Shift → , → Shift → π → ÷ → 2 →) →
=

MÀN HÌNH HIỂN THỊ







Kết quả ≈ 3,141592654 = π

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^2 + 2x$ tại điểm $x_0 = 1$.

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line

Shift → SET-UP → 2

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 2 f′(1): nhập hàm $x^2 + 2x$, điểm 1 Shift → d/dx → Alpha → X → x^2 → + → 2 → Alpha → X → Shift → , → 1 →) → =	LINE d/dx(X²+2X,1) 4
Bước 3 Kiểm tra theo định nghĩa: tỉ số (f(x) – f(1))/(x – 1) với f(1) = 3; nhập rồi bấm [CALC] (→ Alpha → X → x^2 → + → 2 → Alpha → X → – → 3 →) → ÷ → (→ Alpha → X → – → 1 →) → CALC	LINE X? 0
Bước 4 x = 1,000001 (rất gần 1): tỉ số ≈ 4,000001, dần về 4 1 → • → 0 → 0 → 0 → 0 → 0 → 1 → =	LINE (X²+2X−3)÷(X−1) 4.000001

Đáp số: f′(1) = 4.

KHỐI LỚP 12

Khối lớp 12 gồm 6 mục, 34 nội dung trọng tâm (các dạng tương tự được gộp chung); mỗi nội dung có hai ví dụ (một trắc nghiệm, một tự luận). Nội dung gồm: tính đơn điệu, cực trị, giá trị lớn nhất – nhỏ nhất, tiệm cận và khảo sát hàm số (EQN, CALC, TABLE); vectơ trong không gian (VCTR); độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm (STAT); nguyên hàm, tích phân, diện tích và thể tích (∫); phương pháp toạ độ trong không gian (mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu); xác suất có điều kiện, công thức xác suất toàn phần và Bayes.

1 Ứng dụng đạo hàm 55

2 Vectơ và hệ trục tọa độ trong không gian 59

3 Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm 62

4 Tích phân 65

5 Phương pháp tọa độ trong không gian 71

6 Xác suất có điều kiện 76

1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

1.1. Cực trị của hàm số

Chế độ sử dụng COMP; TABLE (MODE 6)

Khi nào dùng tìm điểm cực trị: giải $y' = 0$ rồi tính giá trị cực trị $y(x_0)$; xác định cực đại, cực tiểu theo dấu y'.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 30$ là?

A. 1

B. 3

C. 30

D. 34

CÁCH BẤM

Bước 1 Vào TABLE

MODE → 6

Bước 2 Nhập $f(X) = X^3 - 6X^2 + 9X + 30$

Alpha → X → Shift → x^3 → − → 6 → Alpha → X → x^2 → + → 9 → Alpha → X → + → 3 → 0 → =

Bước 3 Start: −1

(−) → 1 → =

Bước 4 End: 5

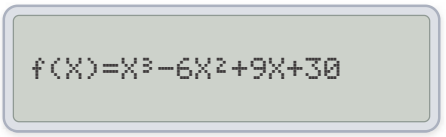
5 → =

Bước 5 Step: 1

1 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

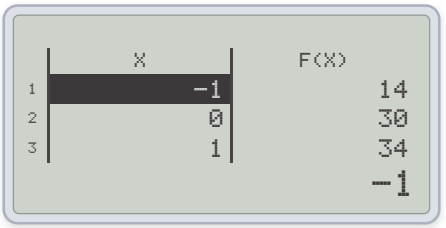












Cột F(X) tăng đến 34 tại x = 1 rồi giảm, nên giá trị cực đại là 34

Chọn D

Ví dụ 2 · Tự luận

Tìm cực trị của hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào TABLE MODE → 6	f(X)=
Bước 2 Nhập $f(X) = 2X^3 - 9X^2 + 12X - 5$ 2 → Alpha → X → Shift → x^3 → − → 9 → Alpha → X → x^2 → + → 1 → 2 → Alpha → X → − → 5 → =	f(X)=2X³−9X²+12X−5 Start? 1
Bước 3 Start: −1 (−) → 1 → =	End? 5
Bước 4 End: 4 4 → =	Step? 1
Bước 5 Step: 1 1 → = **Đáp số:** F(X) tăng đến 0 tại x = 1 rồi giảm, nên hàm số đạt cực đại tại x = 1, $y_{CĐ} = 0$; cực tiểu tại x = 2, $y_{CT} = -1$.	X: −1, 0, 1 / F(X): −28, −5, 0 −1

Lưu ý: Giá trị cực đại – cực tiểu là giá trị của hàm số $y(x_0)$, không phải x_0.

1.2. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2) khi dùng CALC; EQN (MODE 5 ▼ 1) tìm nghiệm của $y' = 0$.

Khi nào dùng tìm max, min của $y = f(x)$ trên $[a; b]$: tìm nghiệm của $y' = 0$ thuộc $(a; b)$, rồi tính và so sánh f tại các nghiệm đó và hai đầu mút (CALC).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x - 2)^2 \cdot e^x$ trên đoạn $[1; 3]$ là

A. 0

B. e^3

C. e^4

D. e

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line

Shift → SET-UP → 2

Bước 2 $y' = x(x - 2)e^x = 0 \Rightarrow x = 2 \in (1; 3)$ (tự tính). Nhập y rồi bấm [CALC] để tính y(1), y(2), y(3)

(→ Alpha → X → − → 2 →) → x^2 →

Shift → $e^{\square}$ → Alpha → X →) → CALC

Bước 3 x = 1: y(1) = e

1 → =

Bước 4 [CALC]: x = 2: y(2) = 0

CALC → 2 → =

Bước 5 [CALC]: x = 3: y(3) = e^3

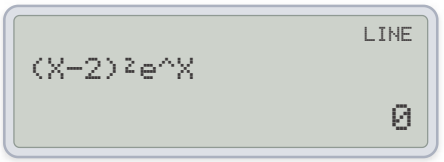
CALC → 3 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ











Kết quả $y(3) = e^3 \approx 20{,}0855$ là số lớn nhất

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \in (0; 4)$ (tự tính). Nhập y rồi bấm [CALC] để tính y(0), y(4), y(√2) Alpha → X → $x^{\square}$ → 4 →) → − → 4 → Alpha → X → x^2 → + → 3 → CALC	LINE X? 0
Bước 3 x = 0: y(0) = 3 0 → =	LINE X^(4)−4X²+3 3
Bước 4 [CALC]: x = 4: y(4) = 195 CALC → 4 → =	LINE X^(4)−4X²+3 195
Bước 5 [CALC]: x = √2: y(√2) = −1 CALC → √□ → 2 →) → =	LINE X^(4)−4X²+3 −1

Đáp số: max y = y(4) = 195; min y = y(√2) = −1.

Lưu ý: Các bước: tự tính y′, tìm nghiệm x_1, x_2, … thuộc (a; b); tính y(a), y(b), $y(x_1)$, $y(x_2)$, … bằng CALC (nhập hàm, CALC , nhập từng giá trị rồi =); số lớn nhất là max, số nhỏ nhất là min. Giá trị căn nhập bằng √□ rồi) ; luỹ thừa bậc cao dùng $x^{\square}$ rồi) ở dạng Line.

2. VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Chế độ sử dụng VCTR (MODE 8 , máy tự chuyển sang nhập dạng Line); đơn vị góc Deg (Shift SET-UP 3).

Khi nào dùng tính $a \cdot b = xx' + yy' + zz'$, độ dài $|a| = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$ và góc giữa hai vectơ $\cos(a, b) = a \cdot b \div (|a| \cdot |b|)$.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

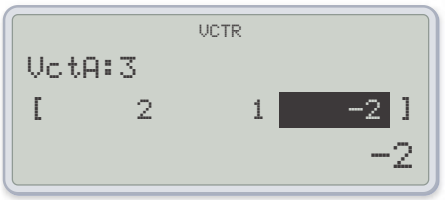
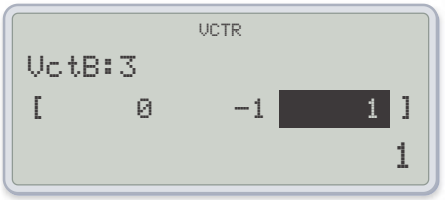
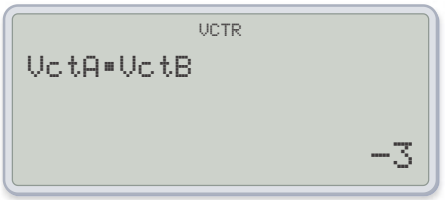
Trong không gian Oxyz, cho a = (2; 1; –2), b = (0; –1; 1). Góc giữa hai vectơ a, b bằng

A. 60°

B. 135°

C. 120°

D. 45°

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 3 thành phần MODE → 8 → 1 → 1	
Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A 2 → = → 1 → = → (–) → 2 → =	
Bước 3 Tạo vectơ B có 3 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 1	
Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B 0 → = → (–) → 1 → = → 1 → =	
Bước 5 Tích vô hướng a · b CA → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 → =	
Bước 6 $\cos(a, b) = a \cdot b \div (\|a\| \cdot \|b\|)$ Ans → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =	

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 7 Góc giữa hai vectơ Shift → cos⁻¹ → Ans →) → =	VCTR cos⁻¹(Ans) 135

Kết quả góc bằng 135°

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Giả sử SA = 2, AB = 3, AD = 4. Xét hệ toạ độ Oxyz với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS.

a) Tính BD và SC.

b) Tính (BD, SC).

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 3 thành phần MODE → 8 → 1 → 1	VCTR VctA:3 [0 0 0] 0
Bước 2 Nhập thành phần của vectơ A (–) → 3 → = → 4 → = → 0 → =	VCTR VctA:3 [-3 4 0] 0
Bước 3 Tạo vectơ B có 3 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 1	VCTR VctB:3 [0 0 0] 0
Bước 4 Nhập thành phần của vectơ B 3 → = → 4 → = → (–) → 2 → =	VCTR VctB:3 [3 4 -2] -2
Bước 5 a) BD = |BD| với BD = (–3; 4; 0) CA → Abs → Apps → 3 →) → =	VCTR Abs(VctA) 5

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 6 SC = |SC| với SC = (3; 4; –2) CA → Abs → Apps → 4 →) → =	VCTR Abs(VctB) 5.385164807
Bước 7 b) Tích vô hướng BD · SC CA → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 → =	VCTR VctA•VctB 7
Bước 8 cos(BD, SC) = BD · SC ÷ (|BD|·|SC|) Ans → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =	VCTR Ans÷(Abs(VctA)×Abs(VctB)) 0.2599734734
Bước 9 Góc (BD, SC) Shift → cos⁻¹ → Ans →) → =	VCTR cos⁻¹(Ans) 74.93151184

Đáp số: BD = 5; SC = √29; (BD, SC) ≈ 74,9°.

3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Chế độ sử dụng STAT, thống kê một biến (MODE 3 1), bật cột FREQ (Shift SET-UP ▼ 4 1)

Khi nào dùng tính số trung bình, độ lệch chuẩn s và phương sai s^2 của mẫu số liệu ghép nhóm bằng giá trị đại diện và tần số (STAT).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Người ta theo dõi sự thay đổi cân nặng, được tính bằng hiệu cân nặng trước và sau ba tháng áp dụng chế độ ăn kiêng của một số người nam cho kết quả sau: thay đổi cân nặng (kg) [–1; 0): 2 người; [0; 1): 3; [1; 2): 5; [2; 3): 3; [3; 4): 2. Tính số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn.

A. $\bar{x} = 1{,}5$; $s^2 \approx 1{,}47$; $s \approx 1{,}21$

B. $x = 1{,}5$; $s^2 \approx 1{,}21$; $s \approx 1{,}10$

C. $x = 1{,}5$; $s^2 = 1$; $s = 1$

D. $x = 2{,}5$; $s^2 \approx 1{,}47$; $s \approx 1{,}21$

CÁCH BẤM

Bước 1 Bật cột tần số FREQ

Shift → SET-UP → ▼ → 4 → 1

Bước 2 Vào STAT, chọn thống kê một biến (1: SD)

MODE → 3 → 1

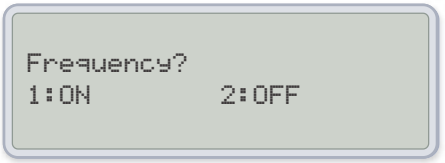
Bước 3 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =)

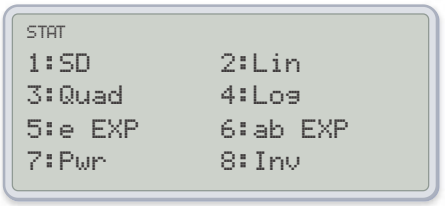
(–) → 0 → • → 5 → = → 0 → • → 5 → = → 1 → • → 5 → = → 2 → • → 5 → = → 3 → • → 5 → =

Bước 4 Sang cột FREQ, lên hàng đầu rồi nhập tần số (mỗi tần số kèm =)

▶ → ▲ → ▲ → ▲ → ▲ → ▲ → 2 → = → 3 → = → 5 → = → 3 → = → 2 → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ









Ví dụ 1 · Trắc nghiệm (tiếp theo)

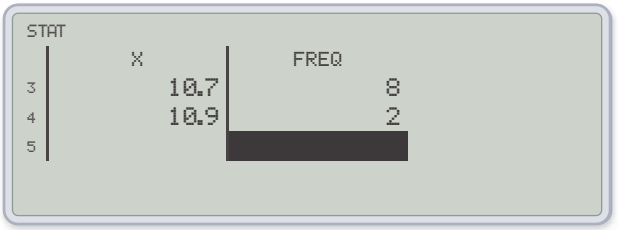
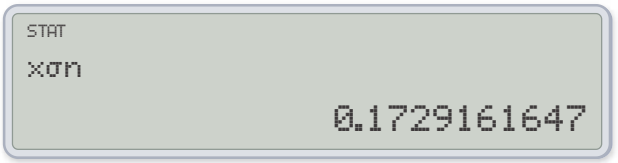
CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 5 Xem số trung bình $\bar{x}$ (giá trị đại diện –0,5; 0,5; 1,5; 2,5; 3,5) CA → Apps → 5 → 2 → =	STAT $\bar{x}$ 1.5
Bước 6 Xem độ lệch chuẩn s CA → Apps → 5 → 3 → =	STAT xσn 1.211060142
Bước 7 Bình phương để có phương sai s^2 CA → Apps → 5 → 3 → x^2 → =	STAT $x\sigma n^2$ 1.466666667
Kết quả $\bar{x} = 1,5$; $s^2 \approx 1,47$; $s \approx 1,21$	**Chọn A**

Ví dụ 2 · Tự luận

Một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 mét đã ghi lại kết quả luyện tập như sau: thời gian (giây) [10,2; 10,4): 3 lần; [10,4; 10,6): 7; [10,6; 10,8): 8; [10,8; 11): 2. Tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm này.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Bật cột tần số FREQ Shift → SET-UP → ⌄ → 4 → 1	Frequency? 1:ON 2:OFF
Bước 2 Vào STAT, chọn thống kê một biến (1: SD) MODE → 3 → 1	STAT 1:SD 2:Lin 3:Quad 4:Log 5:e EXP 6:ab EXP 7:Pwr 8:Inv
Bước 3 Nhập các giá trị x (mỗi giá trị kèm =) 1 → 0 → • → 3 → = → 1 → 0 → • → 5 → = → 1 → 0 → • → 7 → = → 1 → 0 → • → 9 → =	STAT X FREQ 3 10.7 1 4 10.9 1 5

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 4 Sang cột FREQ, lên hàng đầu rồi nhập tần số (mỗi tần số kèm =) [›] → [^] → [^] → [^] → [^] → [3] → [=] → [7] → [=] → [8] → [=] → [2] → [=]	
Bước 5 Xem độ lệch chuẩn s (giá trị đại diện 10,3; 10,5; 10,7; 10,9) [CA] → [Apps] → [5] → [3] → [=]	
Bước 6 Bình phương để có phương sai s^2 [CA] → [Apps] → [5] → [3] → [x^2] → [=]	

Đáp số: $s^2 \approx 0{,}0299$; $s \approx 0{,}173$ (giây). Độ lệch chuẩn nhỏ cho thấy thành tích các lần chạy khá ổn định.

4. TÍCH PHÂN

4.1. Tính tích phân: hàm số luỹ thừa, căn thức, mũ, lượng giác

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2); hàm có lượng giác thì đặt đơn vị góc Rad (Shift SET-UP 4).

Khi nào dùng tính tích phân xác định $\int f(x)dx$ từ a đến b; máy cho giá trị gần đúng để đối chiếu với đáp số tính tay.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Tính tích phân $I = \int x^2 dx$ với x từ –1 đến 3.

A. $\frac{28}{3}$

B. $\frac{26}{3}$

C. 10

D. 8

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line

Shift → SET-UP → 2

Bước 2 Nhập hàm x^2, cận dưới –1, cận trên 3

$\int_{\square}^{\square\square}$ → Alpha → X → x^2 → Shift → , → (–) → 1 → Shift → , → 3 → Shift → , → 4 →) → =

Bước 3 Đối chiếu với phương án A: 28 ÷ 3 = 9,333…

2 → 8 → ÷ → 3 → F↔D

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

LINE

LINE
∫(X²,-1,3,4)
9.333333333

LINE
28÷3[F↔D]
9.333333333

Kết quả I = 9,333333333 = 28/3

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính: a) $\int (x^3 + 3\sqrt{x})\,dx$ với x từ 1 đến 4; b) $\int (e^x - 2\cos x)\,dx$ với x từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$; c) $\int (2^x - 3/x^2)\,dx$ với x từ 1 đến 4.

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn)

Shift → SET-UP → 2

MÀN HÌNH HIỂN THỊ

LINE

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ

Bước 2 a) Nhập hàm $x^3 + 3\sqrt{x}$, cận 1 và 4

$\int_{\square}^{\square\square}$ → Alpha → X → Shift → x^3 → + → 3 → $\sqrt{\square}$ → Alpha → X →) → Shift → , → 1 → Shift → , → 4 → Shift → , → 4 →) → =

LINE
$\int(X^3+3\sqrt{(X)},1,4,4)$
77.75

Bước 3 Chọn đơn vị góc Rad (màn hình hiện chữ R)

Shift → SET-UP → 4

R LINE

Bước 4 b) Đơn vị góc Rad. Nhập hàm $e^x - 2\cos x$, cận 0 và $\pi \div 2$

$\int_{\square}^{\square\square}$ → Shift → $e^{\square}$ → Alpha → X →) → − → 2 → cos → Alpha → X →) → Shift → , → 0 → Shift → , → Shift → π → ÷ → 2 → Shift → , → 4 →) → =

LINE
$\int(e^{(X)}-2\cos(X),0,\pi\div2,4)$
1.810477381

Bước 5 c) Nhập hàm $2^x - 3/x^2$ (nhập $3 \div x^2$), cận 1 và 4

$\int_{\square}^{\square\square}$ → 2 → $x^{\square}$ → Alpha → X →) → − → 3 → ÷ → Alpha → X → x^2 → Shift → , → 1 → Shift → , → 4 → Shift → , → 4 →) → =

LINE
$\int(2^{(X)}-3\div X^2,1,4,4)$
17.94773057

Đáp số:

a) 77,75;

b) ≈ 1,8105;

c) ≈ 17,9477.

4.2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2); hàm có lượng giác thì đặt đơn vị góc Rad (Shift SET-UP 4); EQN: MODE 5 ⌄ 1 tìm giao điểm với trục hoành.

Khi nào dùng tính $S = \int |f(x)|\,dx$ từ a đến b: tìm điểm đổi dấu của f (EQN), tách đoạn rồi tính từng tích phân.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2\pi$.

A. 2

B. 4

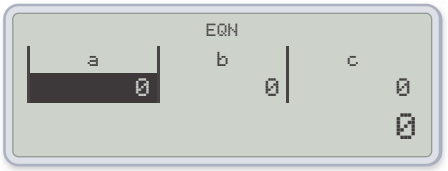
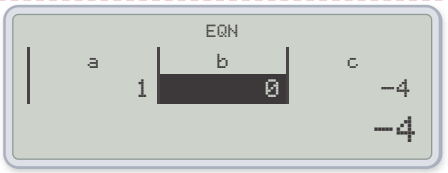
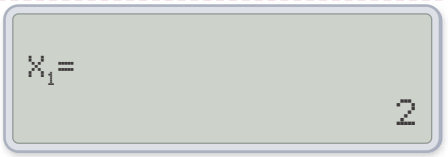
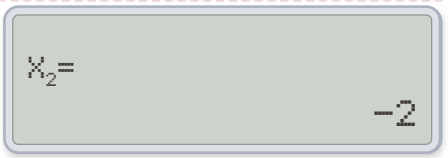
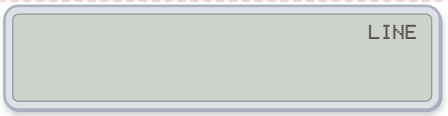
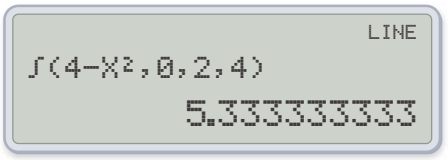
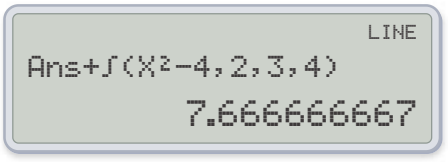
C. 0

D. π

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn) Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 Chọn đơn vị góc Rad (màn hình hiện chữ R) Shift → SET-UP → 4	R LINE
Bước 3 Trên [0; π]: sin x ≥ 0. Diện tích phần này $\int_{\square}^{\square\square}$ → sin → Alpha → X →) → Shift → , → 0 → Shift → , → Shift → π → Shift → , → 4 →) → =	LINE ∫(sin(X),0,π,4) 2
Bước 4 Trên [π; 2π]: sin x ≤ 0 nên |sin x| = −sin x. Diện tích phần này $\int_{\square}^{\square\square}$ → (−) → sin → Alpha → X →) → Shift → , → Shift → π → Shift → , → 2 → Shift → π → Shift → , → 4 →) → =	LINE ∫(−sin(X),π,2π,4) 2
Bước 5 Cộng hai phần: S = 2 + 2 Ans → + → 2 → =	LINE Ans+2 4
Kết quả S = 4	**Chọn B**

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào EQN, chọn phương trình bậc hai (Quad EQN) MODE → 5 → ⌄ → 1	
Bước 2 Giao điểm với trục hoành: $x^2 - 4 = 0$, nhập a = 1, b = 0, c = –4 1 → = → 0 → = → (–) → 4 → =	
Bước 3 Xem nghiệm X_1 =	
Bước 4 Xem nghiệm X_2 =	
Bước 5 Về chế độ COMP MODE → 1	
Bước 6 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn) Shift → SET-UP → 2	
Bước 7 Trên [0; 2]: $x^2 - 4 \le 0$ nên $\lvert y\rvert = 4 - x^2$. Diện tích phần này ∫ → 4 → – → Alpha → X → x^2 → Shift → , → 0 → Shift → , → 2 → Shift → , → 4 →) → =	
Bước 8 Trên [2; 3]: $x^2 - 4 \ge 0$ nên $\lvert y\rvert = y$. Cộng với [Ans] = phần trên [0; 2] Ans → + → ∫ → Alpha → X → x^2 → – → 4 → Shift → , → 2 → Shift → , → 3 → Shift → , → 4 →) → =	

Đáp số: S ≈ 7,67.

4.3. Thể tích khối tròn xoay quanh trục Ox

Chế độ sử dụng COMP, dạng Line (Shift SET-UP 2); hàm có lượng giác thì đặt đơn vị góc Rad (Shift SET-UP 4); xong bấm Shift SET-UP 1 để về Maths.

Khi nào dùng tính $V = \pi \int f^2(x)\,dx$ từ a đến b: nhập f^2, tính tích phân rồi nhân với π.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{(1 - x^2)}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (S) quanh Ox là

Nguồn: Toán 12, tập 2, tr. 28, bài 4.26

A. $\frac{3\pi}{4}$

B. $\frac{3\pi}{2}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{4\pi}{3}$

CÁCH BẤM

Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn)

Shift → SET-UP → 2

Bước 2 $f^2(x) = (\sqrt{(1 - x^2)})^2 = 1 - x^2$. Tích phân $\int (1 - x^2)\,dx$ từ −1 đến 1

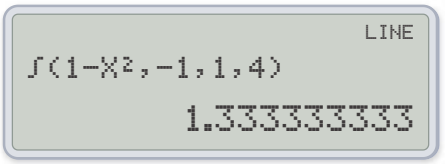
$\int_{\square}^{\square\square}$ → 1 → − → Alpha → X → x^2 →
Shift → , → (−) → 1 → Shift → , → 1
→ Shift → , → 4 →) → =

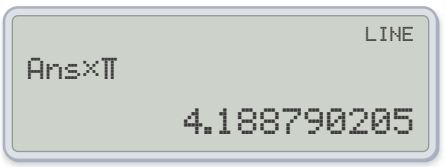
Bước 3 V = π × [Ans]

Ans → × → Shift → π → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ







Chọn D

Ví dụ 2 · Tự luận

Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau xung quanh trục Ox:

a) $y = 1 - x^2$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$

b) $y = \sqrt{(25 - x^2)}$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$

Nguồn: Toán 12, tập 2, tr. 28, bài 4.34

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Đặt dạng Line (nếu chưa chọn) Shift → SET-UP → 2	LINE
Bước 2 a) $f^2(x) = (1 - x^2)^2$. Tích phân từ −1 đến 1 $\int_{\square}^{\square\square}$ → (→ 1 → − → Alpha → X → x^2 →) → x^2 → Shift → , → (−) → 1 → Shift → , → 1 → Shift → , → 4 →) → =	LINE $\int((1-X^2)^2,-1,1,4)$ 1.066666667
Bước 3 a) V = π × [Ans] Ans → × → Shift → π → =	LINE Ans×π 3.351032164
Bước 4 b) $f^2(x) = 25 - x^2$. Tích phân từ 2 đến 4 $\int_{\square}^{\square\square}$ → 2 → 5 → − → Alpha → X → x^2 → Shift → , → 2 → Shift → , → 4 → Shift → , → 4 →) → =	LINE $\int(25-X^2,2,4,4)$ 31.33333333
Bước 5 b) V = π × [Ans] Ans → × → Shift → π → =	LINE Ans×π 98.43656981

Đáp số: a) V ≈ 3,351; b) V ≈ 98,44.

5. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

5.1. Phương trình mặt phẳng: vectơ pháp tuyến và tích có hướng

Chế độ sử dụng VCTR (MODE 8 , máy tự chuyển sang nhập dạng Line); đơn vị góc Deg (Shift SET-UP 3).

Khi nào dùng viết phương trình mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$ khi biết điểm M_0 và vectơ pháp tuyến n ($D = -n \cdot M_0$); khi biết ba điểm thì $n = [AB, AC]$.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm I(1; –1; 2) và nhận vectơ n = (2; 1; –1) làm một vectơ pháp tuyến là

A. $x - y + 2z + 1 = 0$

B. $x - y + 2z - 6 = 0$

C. $2x + y - z - 1 = 0$

D. $2x + y - z + 1 = 0$

CÁCH BẤM

Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 3 thành phần

MODE → 8 → 1 → 1

Bước 2 Nhập vectơ pháp tuyến n = (2; 1; –1)

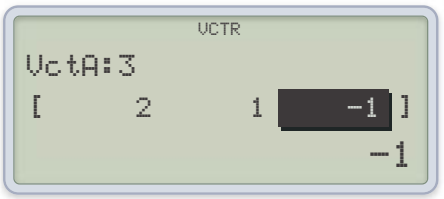
2 → = → 1 → = → (–) → 1 → =

Bước 3 Tạo vectơ B có 3 thành phần

CA → Apps → 1 → 2 → 1

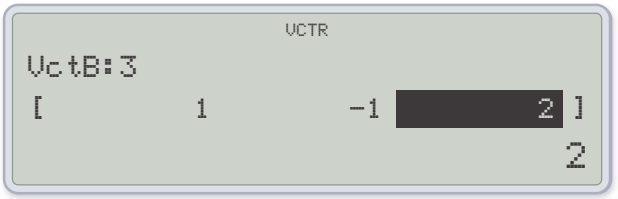
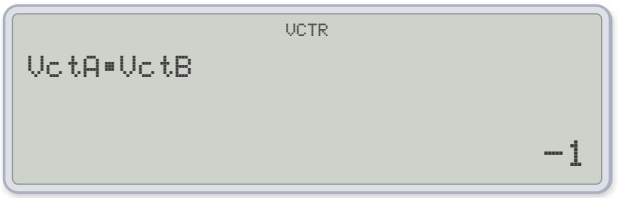
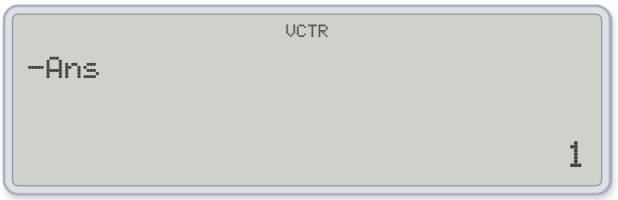
MÀN HÌNH HIỂN THỊ







Ví dụ 1 · Trắc nghiệm (tiếp theo)

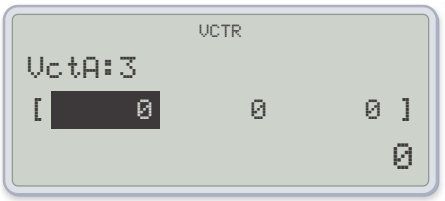
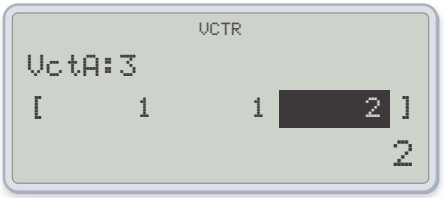
CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 4 Nhập toạ độ điểm I = (1; –1; 2) 1 → = → (–) → 1 → = → 2 → =	
Bước 5 Tích vô hướng n · I CA → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 → =	
Bước 6 D = –n · I (mặt phẳng 2x + y – z + D = 0) CA → (–) → Ans → =	
Kết quả mặt phẳng 2x + y – z + 1 = 0	**Chọn D**

Ví dụ 2 · Tự luận

Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(2; 1; –1), B(3; 2; 1), C(3; 1; 4).

a) Chứng minh rằng ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 3 thành phần MODE → 8 → 1 → 1	
Bước 2 Nhập AB = B – A = (1; 1; 2) (tự trừ toạ độ) 1 → = → 1 → = → 2 → =	
Bước 3 Tạo vectơ B có 3 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 1	

Ví dụ 2 · Tự luận (tiếp theo)

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ

Bước 4 Nhập AC = C – A = (1; 0; 5) (tự trừ toạ độ)

1 → = → 0 → = → 5 → =



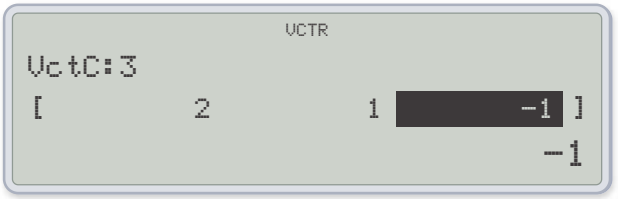
Bước 5 Tạo vectơ C có 3 thành phần

CA → Apps → 1 → 3 → 1



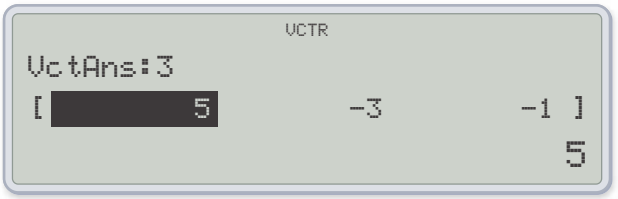
Bước 6 Nhập toạ độ điểm A = (2; 1; –1)

2 → = → 1 → = → (–) → 1 → =



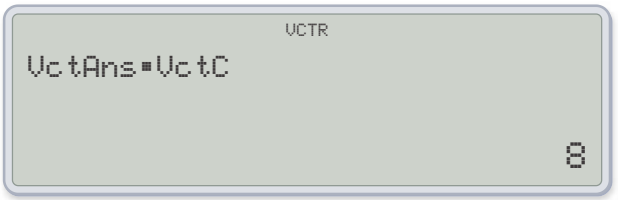
Bước 7 a) n = [AB, AC] ≠ 0 nên AB, AC không cùng phương: A, B, C không thẳng hàng.
b) n cũng là vectơ pháp tuyến của (ABC)

CA → Apps → 3 → × → Apps → 4 → =



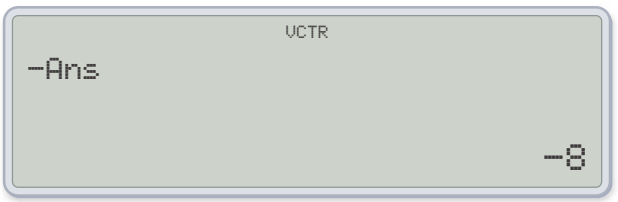
Bước 8 n · A với n = VctAns, A = VctC

CA → Apps → 7 → Apps → 8 → Apps → 5 → =



Bước 9 D = –n · A

CA → (–) → Ans → =



Đáp số: a) AB, AC không cùng phương nên A, B, C không thẳng hàng b) (ABC): 5x – 3y – z – 8 = 0.

5.2. Góc giữa hai đường thẳng; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Chế độ sử dụng VCTR (MODE 8 , máy tự chuyển sang nhập dạng Line); đơn vị góc Deg (Shift SET-UP 3).

Khi nào dùng tính góc giữa hai đường thẳng $\cos\phi = |u \cdot u'| \div (|u|\cdot|u'|)$; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng $\sin\phi = |u \cdot n| \div (|u|\cdot|n|)$; đổi ra độ bằng $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$.

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Trong không gian Oxyz, tính góc tạo bởi trục Ox và mặt phẳng (P): $\sqrt{2}x - y + z + 2 = 0$.

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

CÁCH BẤM

Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 3 thành phần

MODE → 8 → 1 → 1

Bước 2 Nhập vectơ chỉ phương của trục Ox: i = (1; 0; 0)

1 → = → 0 → = → 0 → =

Bước 3 Tạo vectơ B có 3 thành phần

CA → Apps → 1 → 2 → 1

Bước 4 Nhập vectơ pháp tuyến của (P): n = (√2; −1; 1) (√2 nhập bằng [√□] 2 [)])

√□ → 2 →) → = → (−) → 1 → = → 1 → =

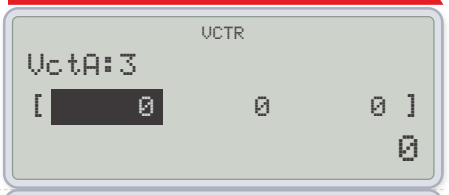
Bước 5 $\sin\phi = |i \cdot n| \div (|i|\cdot|n|)$

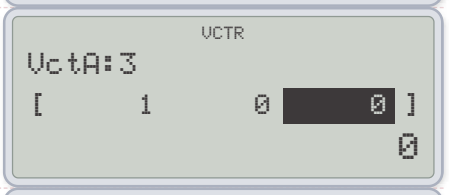
CA → Abs → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 →) → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =

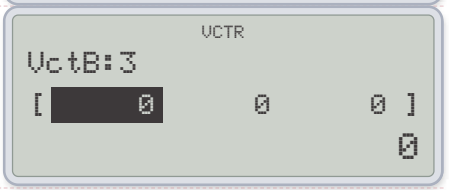
Bước 6 Góc ϕ giữa Ox và (P)

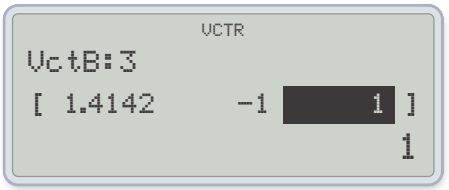
Shift → sin⁻¹ → Ans →) → =

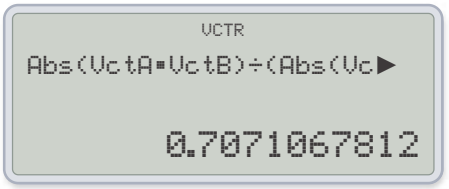
MÀN HÌNH HIỂN THỊ











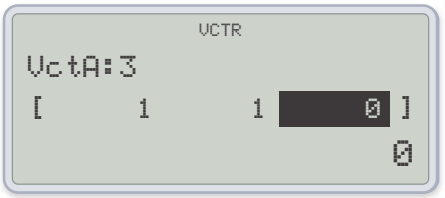
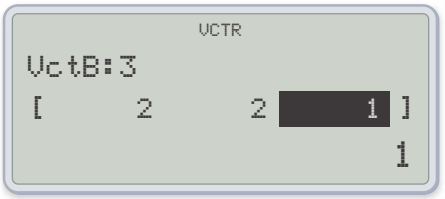
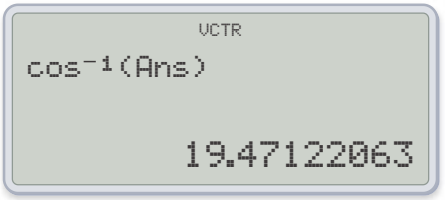


Kết quả ϕ = 45°

Chọn B

Ví dụ 2 · Tự luận

Trong không gian Oxyz, tính góc giữa hai đường thẳng Δ: x = 1 + t, y = –1 + t, z = 3 và Δ′: x = 1 + 2s, y = –2 + 2s, z = 4 + s.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 Vào VCTR, tạo vectơ A có 3 thành phần MODE → 8 → 1 → 1	
Bước 2 Nhập u = (1; 1; 0), vectơ chỉ phương của Δ 1 → = → 1 → = → 0 → =	
Bước 3 Tạo vectơ B có 3 thành phần CA → Apps → 1 → 2 → 1	
Bước 4 Nhập u′ = (2; 2; 1), vectơ chỉ phương của Δ′ 2 → = → 2 → = → 1 → =	
Bước 5 cos(Δ, Δ′) = |u · u′| ÷ (|u|·|u′|) CA → Abs → Apps → 3 → Apps → 8 → Apps → 4 →) → ÷ → (→ Abs → Apps → 3 →) → × → Abs → Apps → 4 →) →) → =	
Bước 6 Góc (Δ, Δ′) Shift → cos⁻¹ → Ans →) → =	

Đáp số: cos(Δ, Δ′) = 2√2/3; (Δ, Δ′) ≈ 19,5°.

6. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Chế độ sử dụng COMP, dạng Maths.

Khi nào dùng tính xác suất của A khi biết B đã xảy ra: P(A | B) = P(AB) ÷ P(B) = n(AB) ÷ n(B).

Ví dụ 1 · Trắc nghiệm

Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: "An lấy được viên bi trắng"; B là biến cố: "Bình lấy được viên bi trắng".

Tính P(A | B).

A. $\frac{19}{29}$

B. $\frac{20}{29}$

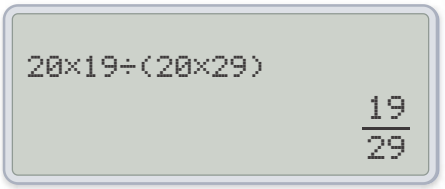
C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{19}{30}$

CÁCH BẤM

2 → 0 → × → 1 → 9 → ÷ → (→
2 → 0 → × → 2 → 9 →) → =

MÀN HÌNH HIỂN THỊ



Kết quả P(A | B) = 19/29

Chọn A

Ví dụ 2 · Tự luận

Một nhóm có 25 học sinh, trong đó có 14 em học khá môn Toán, 16 em học khá môn Vật lí, 1 em không học khá cả hai môn Toán và Vật lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số đó. Tính xác suất để học sinh đó:

a) Học khá môn Toán, đồng thời học khá môn Vật lí;

b) Học khá môn Toán, nhưng không học khá môn Vật lí;

c) Học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí.

CÁCH BẤM	MÀN HÌNH HIỂN THỊ
Bước 1 n(AB) = n(A) + n(B) – n(A ∪ B), với n(A ∪ B) = 25 – 1 = 24 (1 em không học khá môn nào) 1 → 4 → + → 1 → 6 → – → (→ 2 → 5 → – → 1 →) → =	14+16-(25-1) 6
Bước 2 a) P(AB) = n(AB) ÷ n(Ω) 6 → ÷ → 2 → 5 → =	6÷25 $\frac{6}{25}$
Bước 3 b) Học khá Toán nhưng không học khá Vật lí: 14 – 6 = 8 em (→ 1 → 4 → – → 6 →) → ÷ → 2 → 5 → =	(14-6)÷25 $\frac{8}{25}$
Bước 4 c) P(A | B) = n(AB) ÷ n(B), với n(B) = 16 em học khá Vật lí 6 → ÷ → 1 → 6 → =	6÷16 $\frac{3}{8}$

Đáp số: a) 6/25; b) 8/25; c) 3/8.

Canon

Bách khoa Hướng dẫn sử dụng

MÁY TÍNH CANON F-789SGA

Dành cho học sinh Trung học phổ thông (lớp 10 – 12)



QUÉT MÃ QR ĐỂ TRUY CẬP

Kích hoạt bảo hành

YouTube Canon Calculator Việt Nam

Website Canon Calculator

THÔNG TIN LIÊN HỆ

Hotline: 024.3553.9266 | Website: canoncalculator.com.vn